# ミクロ経済学演習2020

- 第2回（2020/05/18）

- Ｂｙ江口潜
- （新潟産業大学経済学部准教授）


第２回（2020年５月18日）

目次（今日のお話の内容。コンテンツ）

出席の取り方（再）

数学のお話

途中、休憩１分とる予定

ミクロ経済学のお話

# 数学のお話

ミクロ経済学は、数学と全く無縁では済まないのだ。。。

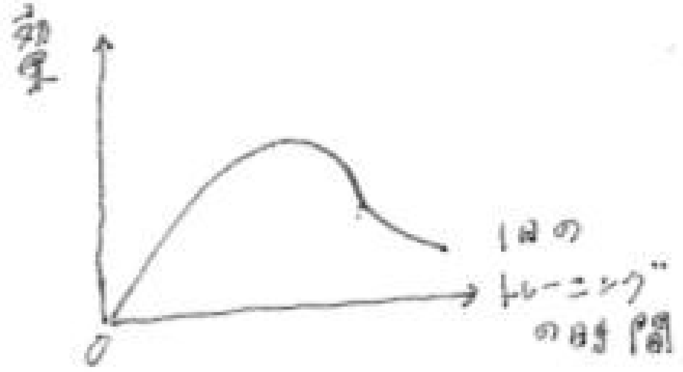
関数とは、 $y=f(x)$ という形で(多くの学生は直観的に)理解していると思うけれども

要は

「$x$の値がコレコレのとき、$y$の値はカクカクである」

という関係(の全体像)を表したもの

関数の例




(← グラフ。グラフとは関数をビジュアルに描いたもの)

## 関数とは

関数とは「xの値が〇〇のときは、yの値は△△」という、対応関係（の一覧表）。

例

「この関数は
x=0のときy=0,
x=1のときy=2,
x=2のときy=4,
（以下同様。ただしxは実数）」

上のような「一覧表」は、しかし、「書き出そうとする」と「長すぎて無理」

なので、普通は

「関数y=2x (ただしxは実数)」

という具合に、書く。

一次関数(または線型関数)

$\underbrace{y = ax + b}_{(\text{ただし } x \in R)}$ という型の関数を1次関数または線型関数という。

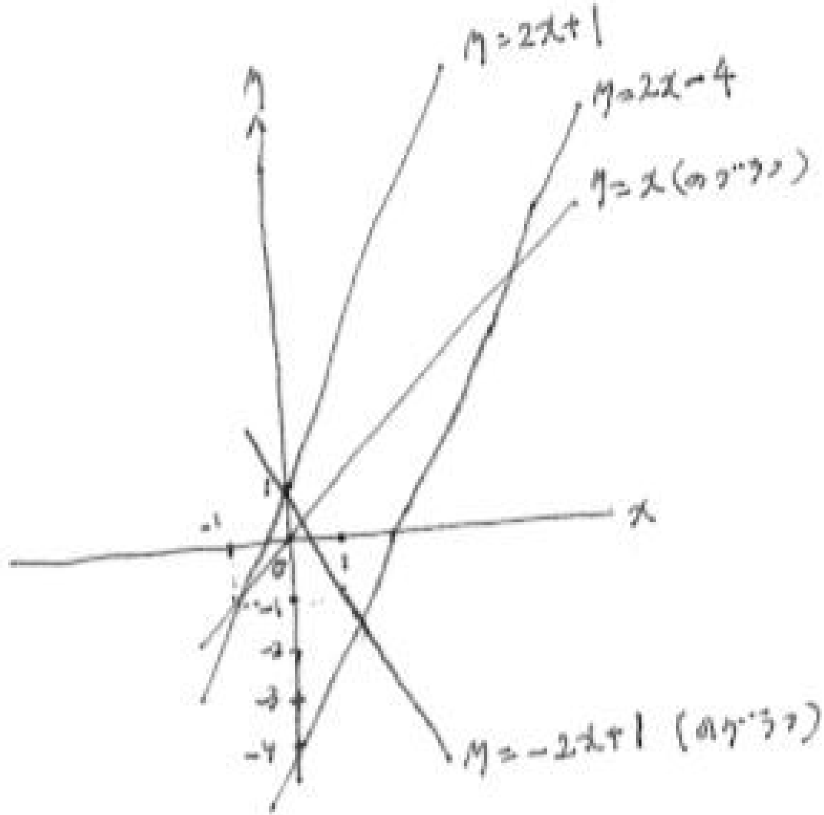
一次関数の例

$y = x$ (← 立派な1次関数)

$y = 2x+1$

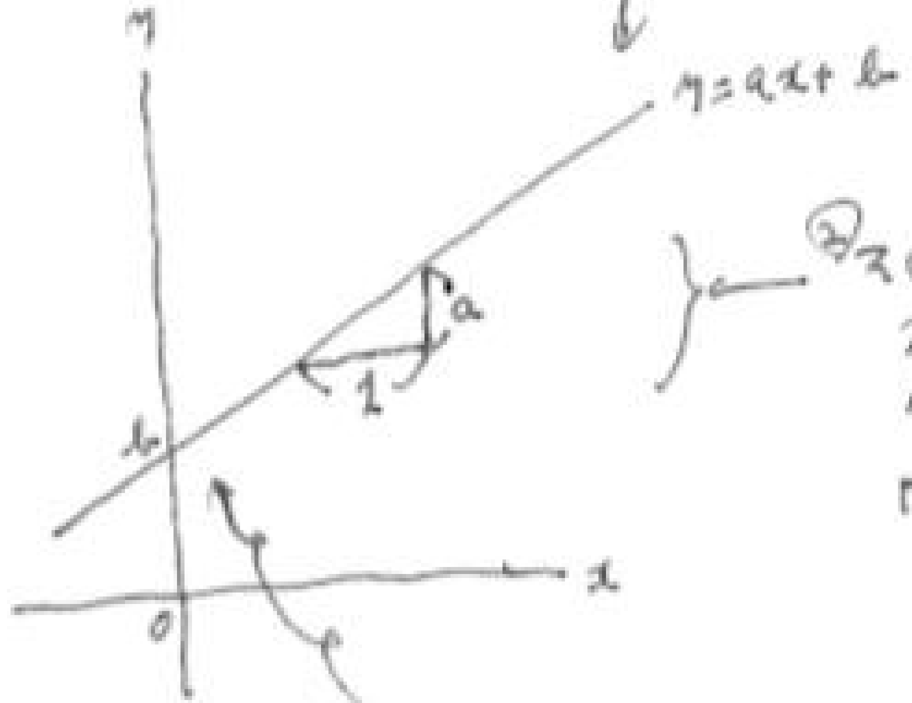
$y = 2x-4$

$y = -2x+1$




$y$

①
$y=ax+b$ のグラフは 一般にこのように 直線になる




② そして
$x$の値が1だけ大きくなると
$y$の値は$a$だけ増える。そのため
「傾きが$a$である」という。

③ そして、$y$軸との交点（それを切片（せっぺん）という）は、
（$x=0$のときの$y$の値であるので）$b$になる。

# 2次関数

(ただし $x \in R$)

$y = ax^2 + bx + c$ という型の関数を2次関数という。

2次関数の例

$y = x^2$

$y = 3x^2 + 6x - 5$

$y = 2x^2 - 4x + 8$ などなど

2次関数の基本は $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = -x^2$, $y = -2x^2$ など

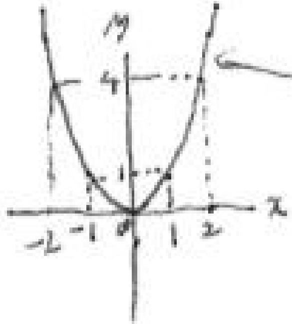
$y = x^2$ ← $x=0$ ならば $y = 0 \times 0 = 0$

$x=1$ のとき $y = 1 \times 1 = 1$

$x=2$ のとき $y = 2 \times 2 = 4$

$x=-1$ のとき $y = (-1) \times (-1) = 1$

$x=-2$ のとき $y = (-2) \times (-2) = 4$




$y = x^2$ のグラフはこんな風になる

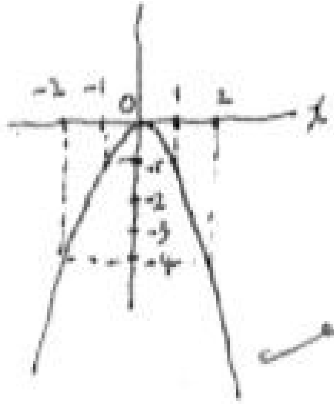
$y = -x^2$ ($= -1 \times x^2$) ← $x=0$ のとき $y = -1 \times 0 \times 0 = 0$

$x=1$ のとき $y = -1 \times 1 \times 1 = -1$

$x=2$ のとき $y = -1 \times 2 \times 2 = -4$

$x=-2$ のとき $y = -1 \times (-2) \times (-2) = -4$

$x=-1$ のとき $y = -1 \times (-1) \times (-1) = -1$

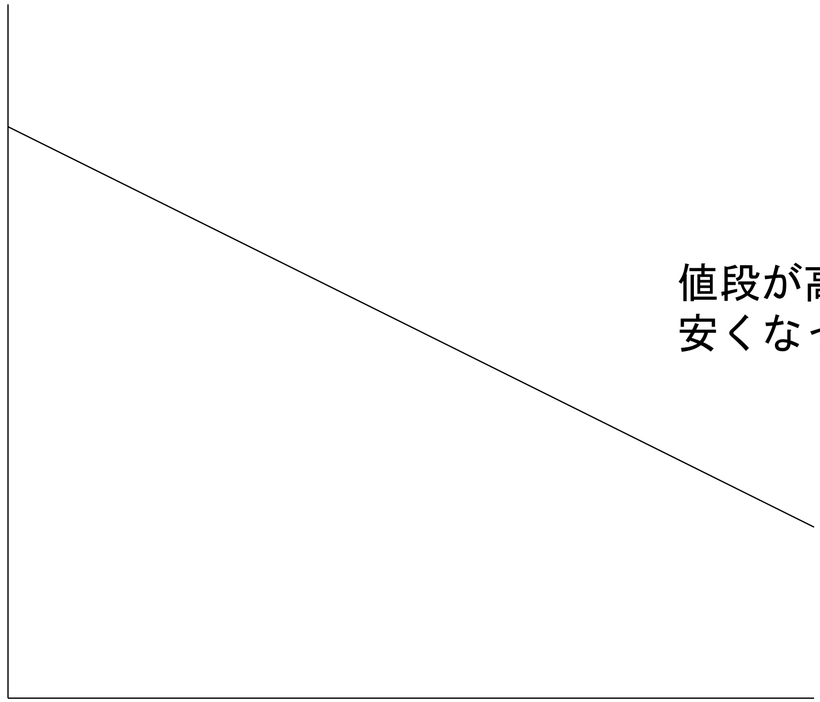



$y = -x^2$ のグラフはこんなふうになる

ここまで前回の復習でした(^_^;

# ミクロ経済学で出会う「１次関数」の例

価格　（経済学では「値段」とは言わない。必ず「価格（プライス）」という。）

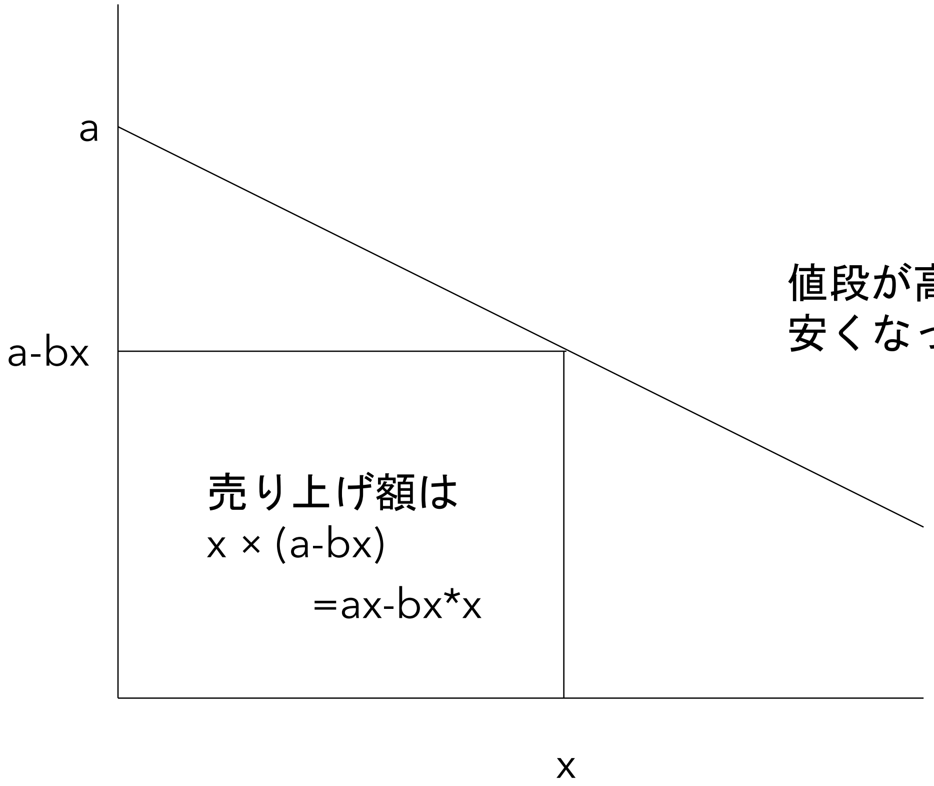



値段が高いとあんまり買わない。
安くなったらたくさん買おうとする。

消費関数は基本的に
まず間違いなく「右下がり」

# ミクロ経済学で出会う「２次関数」の例

価格　（経済学では「値段」とは言わない。必ず「価格（プライス）」という。）




値段が高いとあんまり買わない。
安くなったらたくさん買おうとする。

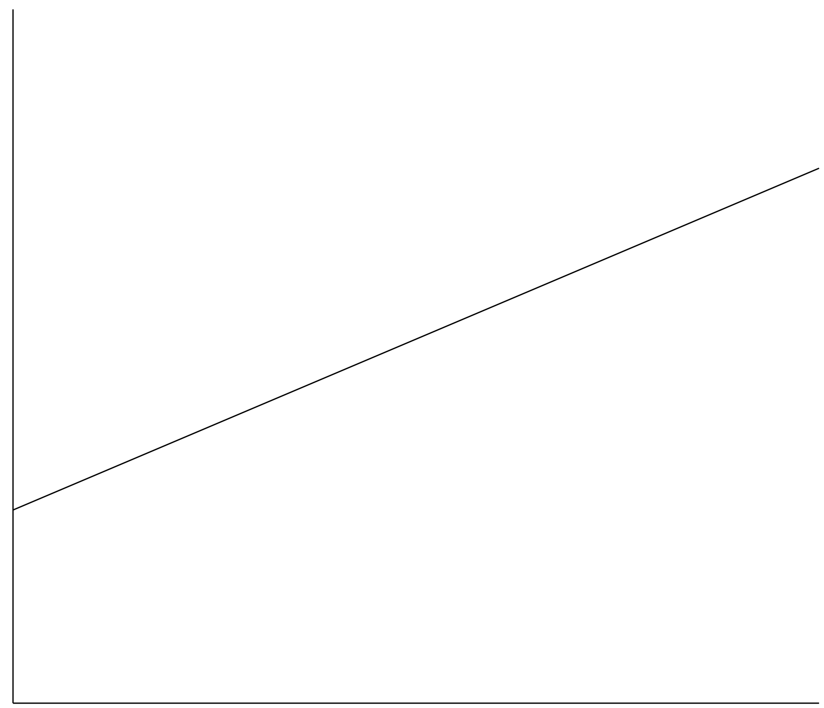
需要関数
P=a-bX

消費関数は基本的に
まず間違いなく「右下がり」

需要量（＝人々が買ってくれる量）

# マクロ経済学で出会う「１次関数」の例

消費需要　（だったらこれぐらい消費したいかな？という手ごたえ）



消費需要関数

だいたい、まっすぐ。
つまり「ほぼ、一次関数」（＋誤差）

予想されるGDP

（今年のGDP（所得）はこれぐらいになりそうだ）

## ちなみに「算数」と「数学」の違いは？と聞かれたら、どう答える？

関数（つまり対応関係）が登場してくるのが数学の世界。

一方、算数は基本的に「数どうしの、四則演算（+、-、×、÷）」を一生懸命やっているだけ。

と「経済分析のための数学」で教えていたら、去年（2019年）何と何と、

「先生、比例（正比例）はどうなんですか。あれは算数で習いましたけど、関数ではないのですか」

という内容の質問を受けた。

良い質問だ。おっしゃるとおり。

「正比例」というのは「学生が5人いると、マスクは5枚必要で、学生が10人になるとマスクは10枚必要で・・・（以下同様）」というお話で、

実は、算数の中で「比例」というのは「算数という教科の中にこっそり混ぜ込ませた、関数」である。

あれは、関数。算数から数学に移行する際に自然に移行できるよう、こっそり、ちょこっと、さりげなく混ぜておいた内容の話しというわけ。

# 2次関数

$$\underbrace{y = ax^2 + bx + c}_{\text{(ただし } x \in R)}$$ という型の関数を2次関数という

この2次関数、実はこのままの状態ではどんな関数かは分からない。

そこで、変形してみる

$$y = ax^2 + bx + c$$
$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$
$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\times\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$$
$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

これが、
$y = ax^2 + bx + c$ という
2次関数の「本当の姿」というところ

すなわち

$y=ax^2+bx+c$

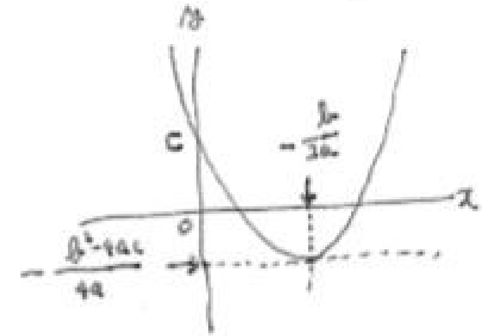
$=\underbrace{a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}\underbrace{-\frac{b^2-4ac}{4a}}$ という2次関数は

この部分は、$x$が入って来ていないので $x$の値が何であろうと一定の値

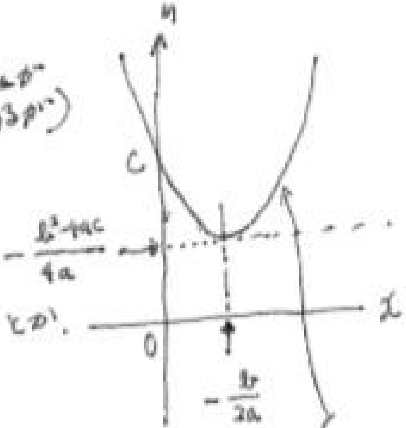
この部分は $x=-\frac{b}{2a}$ のとき 0 になり

$x$が$-\frac{b}{2a}$から離れていくにつれて大きな値をとる

つまり グラフにすると (a, b, cの値によっていろいろな2次関数があるが)




とか、




などのようになる

$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$ の

グラフは、

「$-\frac{b^2-4ac}{4a}$ という値の上に $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ の値が乗っかっている」

というイメージ

ここまでは

関数とは

1次関数とはどんな関数か

2次関数とはどんな関数か　　　　という話しをしてきた。

ここからは、「関数の性質を調べる」つまり「どんな関数か調べる」というフェーズに入る。

関数の性質（どんな関数か）として、数学者は「どのようなこと」を調べるか、というと・・・

1）関数が（ｘのある値の周辺、つまり定義域の「（訳あって注目して選んだ）とある点」で）「連続」であるか否か？

2）関数が（ｘのある値の周辺、つまり定義域の「とある点」で、ｘに向かってくる際と離れる際に）それぞれ増加する関数であるか、減少する関数であるか。またその度合いはどうであるか。

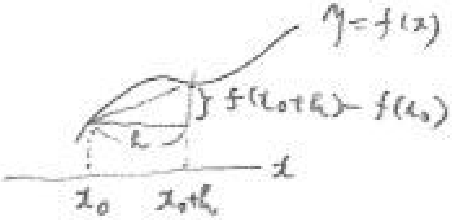
3）関数が（ｘのある値の周辺で）スムースであるか否（スムースでない、つまりグラフが尖っている）か。

2017/12/21

## 平均変化率

連続な関数 $y=\underbrace{f(x)}_{(x\in\mathbb{R})}$ について 点 $x_0\in\mathbb{R}$ における平均変化率というものを考える。

$$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$ ← これが点 $x_0$ における平均変化率




意味としては

「$x$ の値が $x_0$ から $\underbrace{h}_{(だけ)}$ だけふえたら $\underbrace{f(x)}_{(関数)}$ の値はどれだけふえるか、その増え方(変化率)」

(例) 2次関数 $y=\overbrace{ax^2+bx+c}^{f(x)=}$ $\underbrace{\ }_{x\in\mathbb{R}}$ の点 $x_0$ における平均変化率を求めると

$$f(x_0+h)=a(x_0+h)^2+b(x_0+h)+c$$
$$=a[x_0^2+2hx_0+h^2]+bx_0+bh+c$$
$$=ax_0^2+2ahx_0+ah^2+bx_0+bh+c$$

一方、$f(x_0)=ax_0^2+bx_0+c$

したがって、$f(x_0+h)-f(x_0)=2ahx_0+ah^2+bh$

したがって 平均変化率 $$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\frac{2ahx_0+ah^2+bh}{h}=2ax_0+ah+b$$ ← これが、点 $x_0$ における($x_0$ から $h$ ふえたときの)平均変化率

(例) 3次関数 $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(x\in\mathbb{R})$ の点 $x_0$ における平均変化率

(例) 3次関数 $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(x\in R)$ の点 $x_0$ における平均変化率

$$f(x_0+h)=a[x_0+h]^3+b[x_0+h]^2+c[x_0+h]+d$$
$$=a[x_0^3+3x_0^2h+3x_0h^2+h^3]+b[x_0^2+2x_0h+h^2]+cx_0+ch+d$$
$$=ax_0^3+3ahx_0^2+3ah^2x_0+ah^3+bx_0^2+2bhx_0+bh^2+cx_0+ch+d$$
$$f(x_0)=ax_0^3 \qquad +bx_0^2 \qquad +cx_0 \qquad +d$$

$$f(x_0+h)-f(x_0)=3ahx_0^2+3ah^2x_0+ah^3+2bhx_0+bh^2+ch$$

したがって $$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=3ax_0^2+3ahx_0+ah^2+2bx_0+bh+c$$
$$=3ax_0^2+(3ah+2b)x_0+ah^2+bh+c$$ ← これが点 $x_0$ における平均変化率

微分

[illegible] 変化率

## 微分

平均変化率 $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ の値は、$h$の値のとり方（$h$をどう選ぶか）により異なる。（それでは「困る」ので）$h$をゼロに近づけていく、すなわち

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

というもの（これは、$\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ という平均変化率の $\underbrace{h\to 0 \text{としたときの値}}_{\text{本当にあるとは限らない!!}}$）を調べてみる。

もし、その値が（1つ）あれば、それを、関数 $y=f(x)$ の、点 $x_0$ における微分係数という。

（例1）2次関数 $y=ax^2+bx+c$ $(x\in\mathbb{R})$ の場合

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim_{h\to 0}\left[2ax_0+ah+b\right]=2ax_0+\lim_{h\to 0}[ah]+b=2ax_0+b$$

これが $y=ax^2+bx+c$ の点 $x_0$ における微分係数

（例1）3次関数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(x\in\mathbb{R})$ の場合

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim_{h\to 0}\left[3ax_0^2+(3ah+2b)x_0+ah^2+bh+c\right]$$

$$=3ax_0^2+2bx_0+c$$

これが $y=ax^3+bx^2+cx+d$ の点 $x_0$ における微分係数

江口 潤

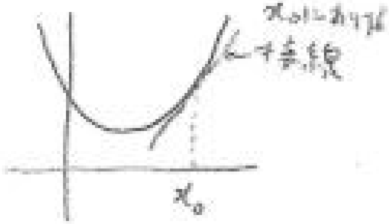
2017/12/21

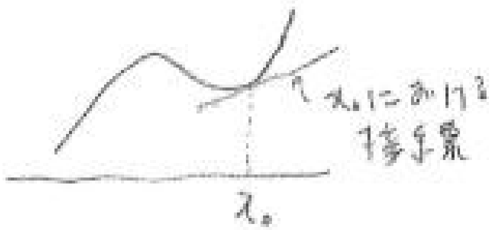
ということで
$y=ax^2+bx+c$ の点 $x_0$ における微係数は（$x_0$ がどこであれ、きいにあり、それは）$2ax_0+b$

$y=ax^3+bx^2+cx+d$ の点 $x_0$ における 〃 〃 〃 $3ax_0^2+2bx_0+c$

## 微係数の意味

$y=f(x)$ の点 $x_0$ における（接線の）傾き




すると
「$x$ の値が $x_0$ のとき、$y=ax^2+bx+c$ の（接線の）傾きは $2ax_0+b$

江口 潜

2017/12/21

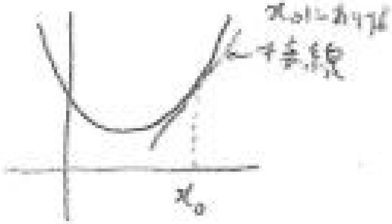
ということで

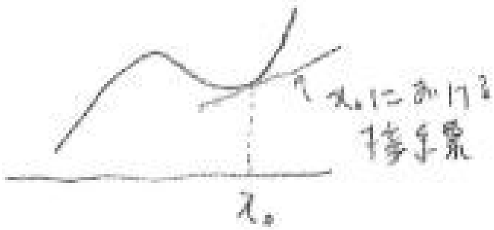
$y=ax^2+bx+c$ の点 $x_0$ における微係数は（$x_0$がどこであれ、常にあり、それは）$2ax_0+b$

$y=ax^3+bx^2+cx+d$ の点 $x_0$ における 〃 〃 〃 $3ax_0^2+2bx_0+c$

## 微係数の意味

$y=f(x)$ の点 $x_0$ における（接線の）傾き




すると

「$x$の値が$x_0$のとき、$y=ax^2+bx+c$の（接線の）傾きは $2ax_0+b$

すると

「$x$の値が $x_0$のとき $y=ax^2+bx+c$の(接線の)傾きは $2ax_0+b$

　　$x_1$ 〃 〃 〃 $2ax_1+b$

　　$x_2$ 〃 〃 〃 $2ax_2+b$

　　⋮ 　　　　　　⋮」

という 1つの関数が作れる(生まれる、というべきか)。この関数は

「$x$の値が ○のとき、関数 $y=f(x)$の値は △○ ですよ」という「$x$の値に対して $f(x)$の値を教えてくれる関数」

ということになる。(それを 関数 $y=f(x)$ $(x\in\mathbb{R})$の、導関数(どうかんすう)という。(通常 $y=f'(x)$、と書くが、まれに $\frac{dy}{dx}$ と書くこともあり)

この$y$は 関数$y=f(x)$ の値

この$y$は もとの関数 $y=f(x)$の「値」のこと.

(例) 関数 $y=ax^2+bx+c$ の導関数は

$$y=2ax+b$$

(例) 関数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$の導関数は

$$y=3ax^2+2bx+c$$

(例) 関数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ の導関数は

$$y=3ax^2+2bx+c$$

これを見て分かる通り

$y=x^2 \rightarrow$ 導関数 $y=2x$

$y=2x^2 \rightarrow y=2\cdot(2x)=4x$

$y=3x^2 \rightarrow y=3\times(2x)=6x$

---

$y=x^3 \rightarrow y=3x^2$

$y=4x^3 \rightarrow y=12x^2$

---

$y=x \rightarrow y=1$ (傾きは常に1)

$y=2x \rightarrow y=2$ (傾きは常に2)

---

$y=1 \rightarrow y=0$ (傾きは常にゼロ)

$y=5 \rightarrow y=0$ (傾きは常にゼロ)

---

$y=2x^3+6x^2+2 \rightarrow y=6x^2+12x$

期末試験に必ず出る問題

| | 導関数 |
|---|---|
| $y=2x^2+3x+4 \longrightarrow$ | $y'=4x+3$ |
| $y=4x^2+5x+2 \rightarrow$ | $y'=8x+5$ |
| $y=3x^3+6x-1 \rightarrow$ | |
| $y=2x+1 \rightarrow$ | |
| $y=60x^2+4 \rightarrow$ | |

ミクロ経済学の理論は単純で、人々の消費行動というのは「買うことのできる範囲」で、その人にとって一番うれしいように、財やサービスを買っている（それぞれの財やサービスの買う量を決めている）はず、というもの。

そして、「その様子は、こんな風だよね。違う？」と言っているのがミクロ経済学の消費者の理論

けど、そんな私たちの消費者としての「様子や姿」を、どうやったら描き出せるというのか。

ミクロ経済学なる学問は、そんなものを、どう描き出しているというのか。

想像してみて下さい。。。

幼稚園児の「しんのすけ君」はチョコビと、チョコビ以外の、とにかくお菓子が大好き。かあちゃんのみさえがくれる毎日のお小遣いで「チョコビと、チョコビ以外のお菓子を買って」日々をとてもとても幸せに暮らしている。。。。ようは、どこにでもいる、しかも幼稚園児だ！

しんちゃんの「好み」を描き出したい。しんちゃんは幼稚園児で、基本的にお菓子が大好きで
特に「チョコビ」が大好きな普通の（？）どこにでもいる幼稚園児だ。

そんな、しんちゃんの「好み」という「本人しか分らないもの」を、どう描けというのか？

こういうときは、とりあえずしんちゃんが大好きな「チョコビ」を軸に、しんちゃんに、しんちゃんの好みを聞いていくことにしよう。（そうすることで実はしんのすけの好みというものを描き出すことが可能になる）。

キーとなる質問の仕方：

「ねえねえ、しんちゃんはさ、もしチョコビが〇〇と、チョコビ以外のお菓子（詰め合わせ）が△△個もらえたら、どれくらい嬉しいかな？」

「うーん、だったら、おら、これぐらい嬉しいかな？」

「ふ〜ん、だったらしんちゃん、もしチョコビが〇〇〇と、チョコビ以外のお菓子（詰め合わせ）が△△△個もらえたとしたら、どれくらい嬉しいかな？」

「うーん、だったら、おら、これぐらい嬉しいかな？」

「ねえねえ、しんちゃんはさ、もしチョコビが〇〇と、チョコビ以外のお菓子（詰め合わせ）が△△個もらえたら、どれくらい嬉しいかな？」

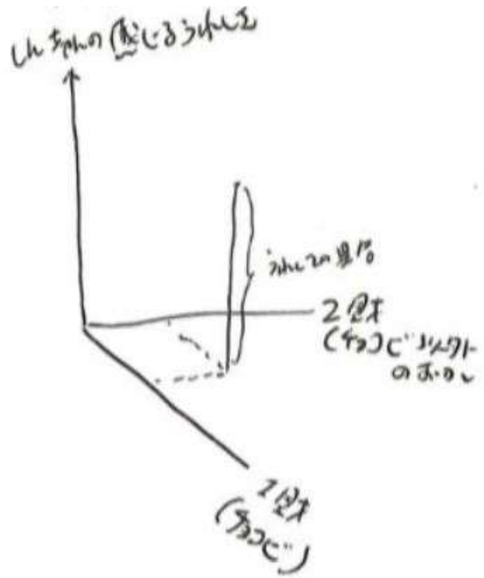
「うーん、だったら、おら、これぐらい嬉しいかな？」

「ふ〜ん、だったらしんちゃん、もしチョコビが〇〇〇と、チョコビ以外のお菓子（詰め合わせ）が△△△個もらえたとしたら、どれくらい嬉しいかな？」

「うーん、だったら、おら、これぐらい嬉しいかな？」

これって、どう考えても、しんちゃんという幼稚園児の「心の声（好みの姿）」を、聞き出しているよね。

でしょ？違う？

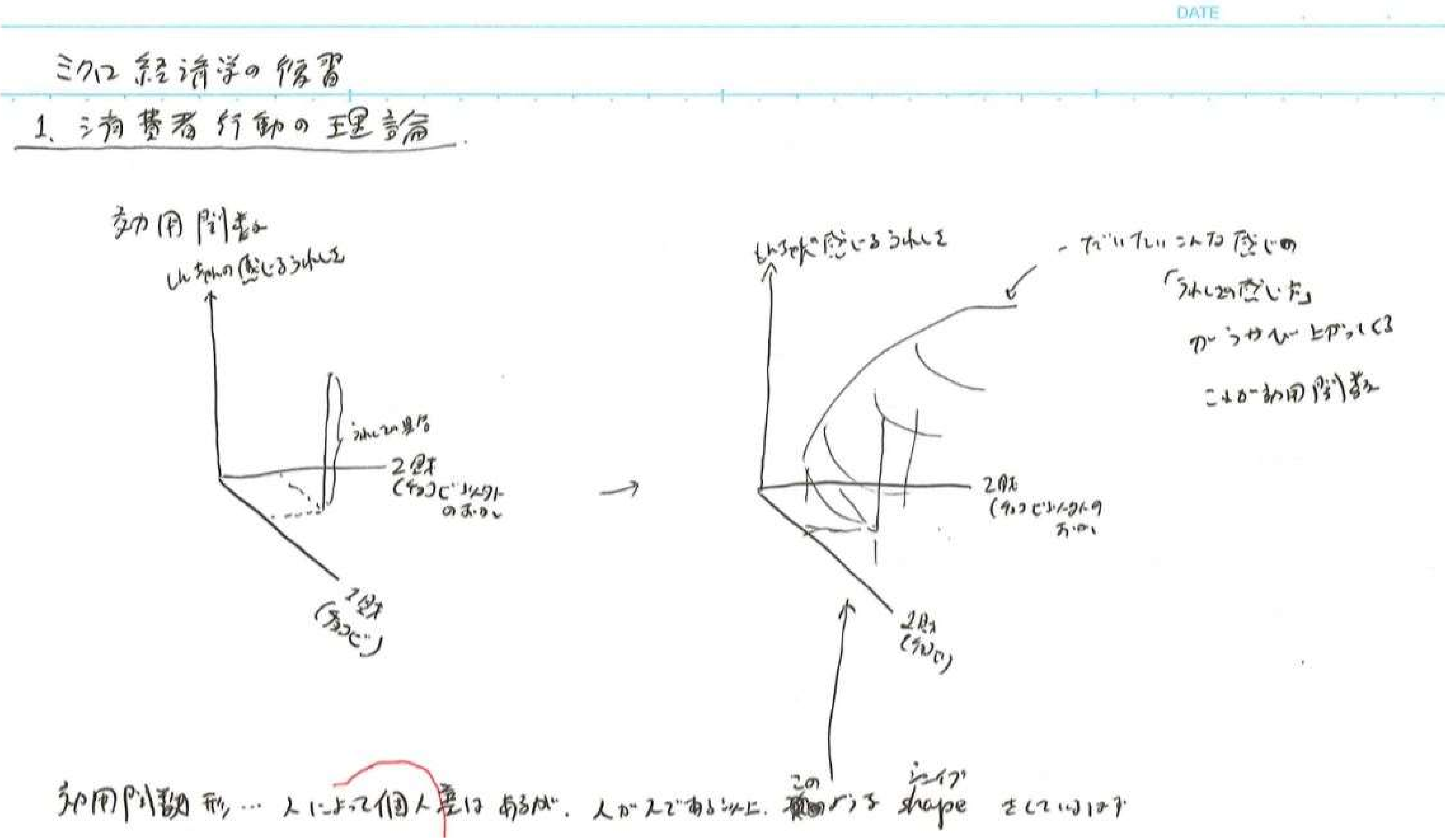



だったら、いましんちゃんから聞き出した、これらの
「だったら、おら、これぐらい嬉しいかな？」
という情報を、図にプロットしていってみよう！

「しんちゃんは、もしチョコビが〇〇と、チョコビ以外のお菓子（詰め合わせ）が△△個もらえたら、これぐらい嬉しいんだって。」という情報を、どんどん、左のような軸を用意して、プロットしていってみようよ。

そうしたら、そこに浮かび上がってくる「何か」は
しんのすけの「好み」の、姿と言えるんじゃない？

そうやって、どんどんプロットしていく（棒グラフの棒を立てていく）と、そこにしんちゃんの好みが、浮かび上がってくる！



産大生の声：「ちょっと待った！江口先生、何をさっきから妄想ばかりしゃべっているんですか？」

江口先生：「ん？妄想だ？」

産大生の声：「だって、そりゃ、しんちゃんみたいな幼稚園児がいたとして、今言ったような質問を繰り返せば、まぁ、そりゃ確かに、しんちゃんの「好み」ということになるのかもしれませんけどね。

けど、そんな「チョコビがいくらいくらと、チョコビ以外のお菓子がいくらいくらもらえたら、どれくらい嬉しいかな？」なんて、普通、聞かない（質問しない）っしょ？

わたしだって、人生20年ほど生きていますけど、そんな質問、されたこともないし、考えたこともないですよ。

江口先生の返答

「その通りだ。私自身、人生55年生きていて、そんなことは聞かれたこともない。」

「なので、たしかに妄想である。」

「そんなことは分った上で、なおかつ妄想を述べているので、もう少し、我慢して付き合ってちょうだいな。そうすれば、この先（あと20分ぐらい先？）で、もう少し詳しく、この「妄想」が「単なる妄想、といって切り捨てることができない、なかなかディープな妄想」であることを説明するのでね。」