「生活数学」の教育効果について

On the education effect in “living mathematics”

橋　本　次　郎

Jiro HASHIMOTO

要旨

授業科目である「生活数学」は平成 18 年より経済学部では「基礎科目」として、主に計算力の再生・向上を目指して配置された科目である。経済学部では４年間さまざまな専門科目を学ぶ上で最低限の計算力は必要であることから、春学期は特に計算が苦手な１年生を選抜してこの授業を履修させてきた。本稿は平成18年から実施されてきた「生活数学」という授業が本年平成22年で５年を迎えるにあたり、毎年春学期だけでなく秋学期にも行われてきた「生活数学」の教育効果を今まで蓄積されたデータを基に検証する。それは短期集中して行われるこの半期授業による計算力・数学力の再生・向上という学習効果だけでなく、それ以外にこの授業を履修した学生のその後の成績向上や４年後の卒業率の改善状況についても教育効果として検証していく。

１．はじめに

本学では、経済学部に経済経営学科に加えて国際コミュニケーションビジネス学科が新設されるに伴って平成18年度よりカリキュラムが大幅に改正された。特に基礎科目の充実が図られることになった。すなわち本格的な専門科目に入るための準備段階、入門段階の授業科目を配置することにより、よりスムーズな専門教育への移行が考えられた。経済学部には経済学や経営学、更には会計･簿記など少なからず計算や数学を必要とする専門科目がある。またパソコンを利用する授業科目もあり、いずれの場合にしても計算力・数学力が必要となることが多い。経済学部では以前に数学や計算が苦手な学生を対象に「基礎数学」という科目を設けていた。中学段階の数学の補習科目であったが、十分な結果を残すことができなかった。その原因は主に計算力不足にあった。補習授業として教わることも大切であるが、実際に自ら計算演習を多数こなさなければ真の計算力につながらない。数学力を問う前に計算力を再生･向上させることが必要であると言う結論に至った。そこで「日本公文教育研究会」の協力を得て、公文式算数･数学プリントを活用することになった。大学としてははじめての導入である。公文式算数・数学プリントは長い経験と実績を踏まえた完成度の高い教材で、自学自習でシステマティックに計算力・数学力をつけることができる。

公文式というと街中の公文式教室で小中学生が行なう様子がイメージされるが、この授業では使用するプリントは同じでも実施方法が異なる。大きく違う点は、第１に半期の授業科目なので、約４ヶ月 15 回の授業期間中で行なうため、短期集中となることである。第２には履修者全員が一桁の足し算引き算のＡ教材から出発して、暗算能力の再開発、計算のための頭脳に改造するところから始めることである。第３には授業以外の自習を含めて相当数のプリントを、効率的にテンポよく進められるようにしている。

目標としては小学１年段階のＡ教材から始めて最低 1000 枚のプリントをこなし、最高は中学３年段階のＩ教材の 1800 枚の到達を設定している。公文式教室で年数をかけて行う内容を短期集中して行うことにより、集中力と学習習慣の獲得も目指している。

平成 18 年に始まった「生活数学」は４年間・８学期を経た。４年間の履修者数は 280 名で、単位取得者は 200 人であった。平成 18 年の「生活数学」履修学生は今年平成 22 年３月には卒業を迎えた。新年度を迎え毎年の履修学生も２年生、３年生、４年生と進級している。

本稿では４年間の「生活数学」のデータを使いながら、客観的な統計分析を行なうことでその学習効果や教育効果を検証し、報告するとが目的である。まず学習効果を測るために、新入生ガイダンスで実施された２種類の数学プレイスメントテスト（これ以降、このテストを入学時テストと呼ぶ）を学期末の定期試験時に再度同じ２種類の試験を行いその学習効果を測った結果、小学段階の算数（簡単な分数の加減計算まで）を扱った「Ｐ５」テストで 28.1％の成績上昇率が、中学段階の数学（分数の四則演算から連立方程式まで）を扱った「Ｍ２」テスト[注1]で 69.5％の成績上昇率を記録した。この数値は計算力向上について明らかな学習効果を示している。

次に教育効果として２つの事柄を取扱う。入学時テストで春学期の「生活数学」を履修することになる学生は、当然テスト結果が悪かった学生から選抜されている。すなわち計算・数学が苦手な学生が集められている。入学時テストの計算・数学の試験結果だけで成績評価することは適切ではない。しかしその順位付け結果も成績をみるうえで１つの指標になる。平成 18 年春学期の「生活数学」履修学生は卒業時にどのような成績順位に変化したか。平成 19 年春学期の履修生は本年４年生に進級、平成 20 年の履修学生は３年生、平成 21 年の履修生は２年生に進級しており、それぞれの成績順位は入学時と比較してみると、順位が大幅に上昇していることが確認できた。それは一時的な現象ではなく、それぞれすべての年度（学年）の履修生グループの成績も大幅に上昇しているのである。もう１つの教育効果は卒業率への影響である。４年間が経過したことで、平成 18 年に１年次生として「生活数学」を履修した学生グループと１年次に履修しなかった学生グループの２グループ間で卒業率に差があったかどうかを観察した。履修したグループの４年後の卒業率は 81.8％で、履修しなかったグループの卒業率は 71.5％で、その差は約 10%にもなっていた。「生活数学」の授業が卒業率にも好影響を及ぼしているようだ。このような現象が教育効果として認めうるものなのか、データに基づく統計分析でどこまで裏付けられるのかを明らかにしていきたい。

次節では 4 年間の「生活数学」の学習効果･教育効果についてその状況を報告すると同時にデータの統計分析を基に、その詳細を明らかにしていく。最後に「おわりに」では分析結果の簡単なまとめと若干の考察を行なう。

２.「生活数学」の教育効果

本節では、「はじめに」で提示された３つの教育効果を取り上げて検証していく。まずここでは「生活数学」の授業はどのようなものかを紹介したい。平成 18 年春学期から１年次科目として「生活数学」を履修することになった１年生は、新入生ガイダンス時に行なわれた数学の入学時テスト「Ｐ５」と「Ｍ２」の結果、成績が悪く計算が苦手な学生が選抜されている。テスト結果は正解数と計算時間の両方を併せて評価される。たとえば「Ｐ５」テストでは問題数が 50 問で標準所要時間が 15 分になっている。内容は筆算を用いた加減乗除（割り算には商とあまりがある）の計算から簡単な分数の加減計算までで

ある。「Ｍ２」テストは問題数が 40 問で標準所要時間が 25 分に設定されている。内容は分数の加減乗除・四則混合、正負の数の四則演算から連立方程式までを扱う。計算や数学の苦手な学生にとって「Ｍ２」は手強いテストになっている。

「生活数学」は半期２単位の授業科目である。履修者全員が一桁の足し算引き算のＡ教材から出発して、暗算能力の再開発、計算のための頭脳改造に取り組む。到達目標としてはＡ教材から始めて最低1000枚のプリントをこなし、最高はＩ教材の 1800 枚の到達を設定している。そのためには授業以外の自習を含めて相当数のプリントを、効率的にテンポよく進めることがポイントとなる。この授業科目は段階を踏まえた教材プリントを行なうことによって単位が得られるように約束されている。さらに先段階の高度な教材プリントに到達することによって成績が上がる科目になっている。

「生活数学」で行う公文式算数・数学プリントの学習は自学自習が基本なので、日常的には大量に提出される解答済みプリントの効率的な採点、機敏な採点が重要で、そこを上手くできるかどうかが学生のやる気を大きく左右する。待たせたり、手持ち無沙汰にさせてはならない。採点のためのプリントの受け渡しを通して、また教材ごとの終了試験を通して履修学生の顔と名前を覚え、簡単な会話や激励を行ないながらつながりを深める。それは担当教員だけでなくスタッフとしてかかわる教職員も同じである。採点アルバイトとして活躍する「生活数学」を経験した上級生や他の多数の協力者が履修学生と関係を持つ。また、授業を欠席がちな学生には電話で呼び出したり、プリントの進捗が遅れている学生にはつまずいている所などをアバイスをしてフォローしている。これらは授業時間以外での対応になることも多い。学生への係わりには手間ひまを惜しんではならないことがポイントとなる。

２－１　授業よる学習効果　――　どれだけ計算力／数学力が向上したか

「生活数学」授業の第１の目的は計算力の再生・開発と数学力の向上である。そこで履修学生の入学時テストの「Ｐ５」「Ｍ２」の結果と学期末定期試験時に同じテストを再度行い、定点観測でどのように計算力が向上したか、学習効果がみられるかを検証することにしている。ここでの分析では４年間の各年･各学期に「生活数学」を履修した 280 人の中から、入学時テスト結果と定期試験時のテスト結果の両方がそろっている学生を対象にその成績変化を比較している。留学生を含む春学期と秋学期の履修生が対象になる。

通常テストでは正解数が多ければ高い得点が得られ、高評価になる。公文式では教材プリントも学力診断テスト、更には各教材ごとの終了テストも正解数だけでなく問題を解くのにかかった時間も評価対象になる。同じ点数ならば短い時間のほうが高評価なのである。では具体的に「Ｐ５」と「Ｍ２」を使って成績評価をするには、下記の図を参照して欲しい。この図はそれぞれの学力診断テストの結果をみるための図である。日本公文教育研究会の許可を得て、少し編集したものを掲載させて頂いている。正解数と所要時間の２つの要素でテスト結果、すなわち学力状況が図の位置で判断できるように工夫されている。「Ｐ５」では問題数が 50 問で、標準所要時間が 15 分として、「Ｍ２」では問題数が 40 問で標準時間が 25 分として図が描かれている。左上を原点に弧が描かれており、原点に近い方が正解数も多く要した時間も短いと言うことで高い評価となる。逆に原点から遠いほうは正解数が少なく要した時間も長いということで評価が下がる。個々人のテスト結果から正解数と所要時間はすぐに把握できるが、これを正解数だけでなく所要時間を取り入れた成績評価をどのように数量化したらよいか。考え方は２つあり、原点を中心にした面積計算の方式と原点からの距離計算の方式である。

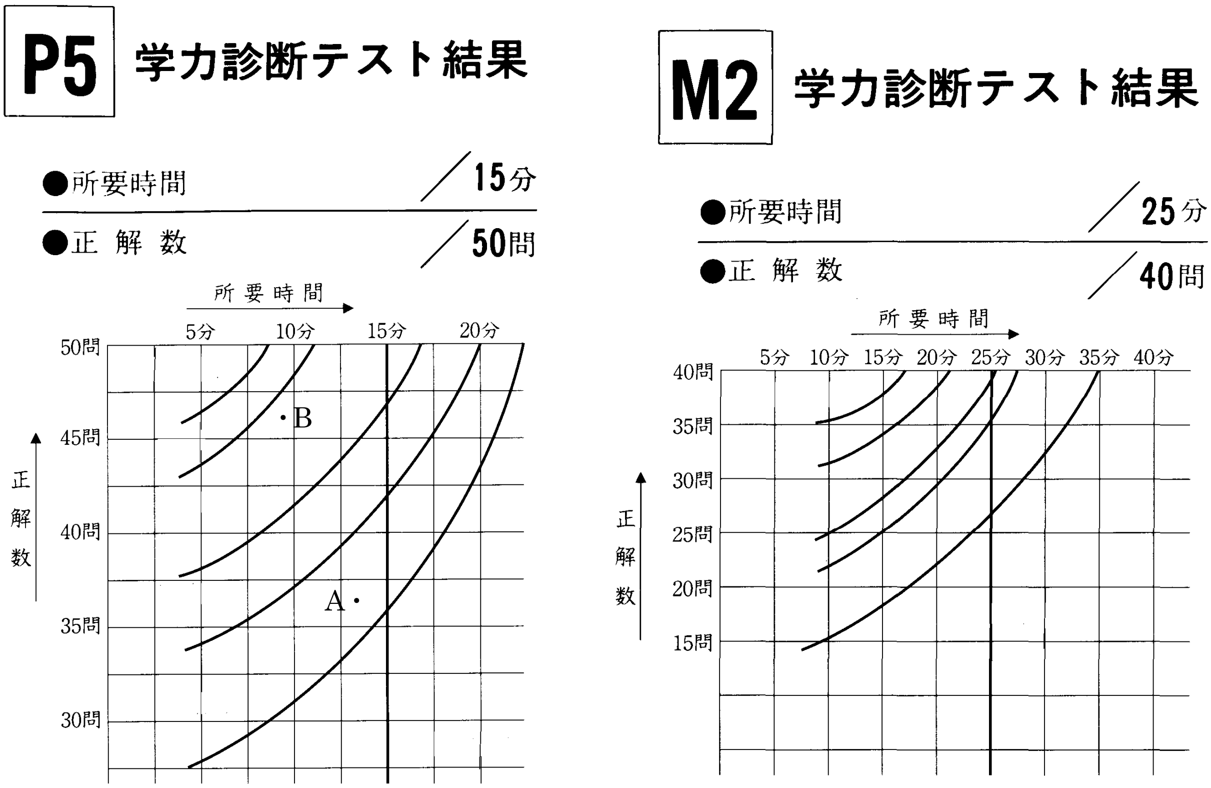

図　公文の学力診断テスト結果の評価図

注：この図は正解数 50 問（Ｐ５）、40 問（Ｍ２）を短時間で行なえば、より左上に計算能力の評価が位置することになる。逆に正解数が少なく、かかった時間が長くなれば、評価位置が右下に下がる。この図では左上端を原点にすれば、原点からの面積が小さいほど、原点からの距離が短いほど高評価となる。

●成績評価の数量化

たとえば「Ｐ５」の最高評価は50問の正解数を０分で行う場合であるが、これは非現実的である。「Ｐ５」で高い場合の例として理想的なものは最初の弧の内側で、ここでは５分で４８問の正解数の場合を考えてみよう。

面積方式では＝不正解数×所要時間＝（50－48）×５＝10

もう１つは原点からの距離で、三平方の定理を援用する距離方式（注２）である。

原点からの距離＝（不正解数の２乗＋所要時間の２乗）の平方根

＝「(50－48）の２乗＋５の２乗」の平方根＝5.385

面積方式の評価点は「Ｐ５」の場合は50問正解と標準所要時間15分を基に基準面積を50の正解数×15分の標準所要時間（50×15＝750）ではかる。この値を基準に評価点を次のように計算する。

面積方式の評価点＝（750－10）÷750×100＝98.7%点

一方、5.385の距離を具体的な評価点（%）に換算するには次のように考える。50問正解と標準所要時間15分を基に基準距離を三平方の定理で計算する。すなわち「50の２乗プラス15の２乗（＝2725)」の平方根＝約52.5。この値を基準に評価点を次のように計算する。

距離方式の評価点＝（52.2－5.385）÷52.2×100＝89.7%

「Ｐ５」で低い場合は外側の弧の外側の位置で、例として15分で35問の正解数の場合を考えてみよう。

面積方式の評価点＝（750－15×15）÷750×100＝70％点

原点からの距離＝「（50－35）の２乗＋15 の２乗」の平方根＝21.21

距離方式の評価点＝（52.2－21.21）÷52.2×100＝59.4％点

このように計算してみると面積方式の方が評価点が高くなる傾向である。いずれも２つの要素を取り入れた評価方法であるが、面積方式には１つ問題がある。それは 50 問を全問正解したとき、面積がゼロになってしまい所要時間の違いが評価に反映できないのである。特に「Ｐ５」の場合は定期試験時にこの現象が生じることがある。距離方式ではその心配がないので、本項では距離方式の評価点方式を採用する。

●距離方式による各年・各学期の評価点

表 1.1 は平成 18 年から 21 年までの各年･各学期における「Ｐ５」と「Ｍ２」の入学時テストと定期試験時テストの平均時間と平均正解数である。この表には、全部で４年間８学期、９クラス分（平成 20 年春学期入学の留学生クラスが追加された）のデータで集計されている。「Ｐ５」の入学時テストの平均時間と平均正解数は 13.1 分と 36 問､定期試験時テストでは 9.6 分と 46.2 問でかなりの学習効果が現れている。先の図には、点ＡとＢとして記されている。また「Ｍ２」については、入学時テストは 23.8 分と 13.3 問で､定期試験時テストでは 22.9 分と 22.6 問で正解数の増加が学習効果として示されている。「Ｍ２」の図にも点ＡとＢでその学習効果が記されている。

表 1.1　「Ｐ５」と「Ｍ２」の入学時テストと定期試験時テストの平均時間と平均正解数

	入学時テストＰ５		定期試験Ｐ５		入学時テストＭ２		定期試験Ｍ２	
	平　均 時　間	平　均 正解数	平　均 時　間	平　均 正解数	平　均 時　間	平　均 正解数	平　均 時　間	平　均 正解数
平成18年度春学期	14.8	32.3	10.5	450	24.5	10.5	27.6	21.9
平成18年度秋学期	11.8	42.5	7.6	48.1	23.9	18.9	21.3	29.1
平成19年度春学期	13.3	34.3	12.1	45.3	23.4	13.5	24.7	21.9
平成19年度秋学期	12.1	40.3	8.7	45.8	23.7	16.9	22.2	26.8
平成20年度春学期	13.1	36.5	9.8	45.9	24.0	15.2	22.9	21.5
平成20年度春留学生	13.7	33.9	7.6	47.7	24.6	10.6	22.0	29.1
平成20年度秋学期	12.0	39.8	10.1	47.5	23.0	18.2	22.6	21.9
平成21年度春学期	13.8	33.0	10.5	43.9	23.2	7.1	23.9	13.4
平成21年度秋学期	13.6	31.4	9.8	46.7	24.3	8.6	19.0	18.1
平　　　　均	13.1	36.0	9.6	46.2	23.8	13.3	22.9	22.6

平成 18 年度春学期が授業開始年学期で、比較可能な履修者 26 名のデータで入学時テスト「Ｐ５」と定期試験時の「Ｐ５」結果をみると、平均時間は 14.8 分から 10.5 分へ所要時間の短縮、平均正解数は 32.3 問から 45.0 問へと正解数の増加がみられる。この結果を原点からの距離で評価する。その距離は「Ｐ５」の場合、

原点からの距離＝「（50－32.3）の２乗＋14.8 の２乗」の平方根＝23.07

その距離の具体的な評価点（%）は次の数値になる。すなわち

評価点＝（52.2－23.07）÷52.2×100＝55.8%点

同様に、定期試験時に行なった「Ｐ５」の評価点（%）は

原点からの距離＝「（50－45）の２乗＋10.5 の２乗」の平方根＝11.63

評価点＝（52.2－11.63）÷52.2×100＝77.7%点

この計算によって、学習効果を評価%ポイント差でみると 21.9%ポイント、変化率でみると 39.2%の上昇率になる。

平成 18 年春の「Ｍ２」の場合、入学時テストと定期試験時テストの結果をみると、平均時間は 24.5 分から 27.6 分、平均正解数は 10.5 問から 21.9 問である。H18 の定期試験時「Ｍ２」では、25 分の制限時間を延長したために、平均時間が増加している。平均正解数は約２倍の増加を記録している。「Ｍ２」の場合も 40 問と標準所要時間 25 分を基に標準距離を「三平方の定理」で計算すると「40 の２乗プラス 25 の２乗（2225）の」平方根＝約 47.17 になる。この値を基準にその距離が短い方が評価が高いことになる。たとえば平成 18 年春学期の場合、入学時テスト結果の距離と評価点は

原点からの距離＝「（40－10.5）の２乗＋24.5 の２乗」の平方根＝38.35

評価点＝（47.17－38.35）÷47.17×100＝18.7%点

かなり低い評価点である。同様に、定期試験時に行なった「Ｍ２」の評価点（%）結果は

原点からの距離＝「（40－21.9）の２乗＋27.6 の２乗」の平方根＝33.01

評価点＝（47.17－33.01）÷47.17×100＝30.0%点

この計算によって、学習効果を評価%ポイント差でみると 11.3%ポイント、変化率でみると 60.4%の上昇率になる。「Ｍ２」の方が入学時の成績が悪い分、成績評価の改善度を表す上昇率は高い。

表 1.2　「Ｐ５」と「Ｍ２」の入学時テストと定期試験時テストの成績評価点（%）とその変化率

	入学時テスト Ｐ５評価点	定期試験時 Ｐ５評価点	入学時テスト Ｍ２評価点	定期試験時Ｍ２評価点	Ｐ５ 変化率	Ｍ２ 変化率
平成１８年度春学期	55.7%	77.7%	18.8%	30.1%	39.4%	60.0%
平成１８年度秋学期	73.3%	85.0%	32.5%	49.3%	16.0%	51.7%
平成１９年度春学期	60.5%	75.1%	25.0%	35.2%	24.2%	40.6%
平成１９年度秋学期	70.3%	81.4%	29.9%	45.2%	15.8%	51.4%
平成２０年度春学期	64.1%	79.6%	26.8%	37.6%	24.3%	40.1%
平成２０年度春留学生	58.1%	76.8%	14.7%	24.2%	42.5%	156.9%
平成２０年度秋学期	69.9%	80.1%	32.8%	38.6%	14.7%	17.6%
平成２１年度春学期	58.1%	76.8%	14.7%	24.2%	32.2%	65.2%
平成２１年度秋学期	55.9%	80.3%	15.9%	38.5%	43.6%	142.0%
平　　　均	62.9%	79.2%	23.5%	35.9%	28.1%	69.5%

表 1.2 には 4 年間８学期 9 クラス分の成績評価点が整理してまとめられている。9 クラス分をまとめて平均してみると、「Ｐ５」においては、入学時評価点 62.9%ポイントが定期試験時評価点 79.2%ポイントに上昇していることが分かる。その評価%ポイント差は 16.3%ポイントで、変化率で 28.1%の上昇

率を示した。「Ｍ２」では 23.5%ポイントから 35.9%ポイントとその評価%ポイントは 12.4%ポイントの上昇。変化率でみると 69.5%の上昇率を表している。表 1.1 の「Ｍ２」の平均正解数は問題数 40 問中、13.3 問から 22.9 問へ増加していることから、分数の加減乗除・四則混合という計算の重要な部分はかなり克服されていると思われる。

●評価点による成績アップの統計分析

このように評価点（%）でみれば大幅な改善･上昇を表しているが、統計的にはどのように判断できるのであろうか。このようなケースでよく使われる統計分析が「平均の差の検定」である。たとえば、平成 18 年の春学期の成績評価点は 55.7%から 77.7%に上昇した。この上昇は統計的に有意な上昇となるのかを判断する時に、もとの 26 のデータを使って「平均の差の検定」を行なう。このとき入学時テストと定期試験時テストのデータが「等分散」か「等分散でない」かによって検定方式（検定に用いる自由度が異なる）が少し変化する。表 1.3 は平成 18 年度春学期のデータによるもので、両方の検定結果を示している。この検定結果からそれぞれの成績評価点とその%ポイント差は、「平均の差の検定」では等分散を仮定してもしなくても有意な差として、すなわち学習効果による成績上昇を反映した結果として評価することができる。ちなみにどちらの有意確率もほぼゼロ%なのでこの観点からも有意な差として、学習効果を確認することができる。表 1.3 で注目するところは検定統計量の t 値が－11.0891 で有意水準１%で有意な差（検定値 t がマイナスの値の場合は絶対値でみる）であることを示している。

表 1.3　等分散を仮定した検定と分散が等しくないと仮定した検定

等分散を仮定した2標本による検定

Ｐ５	入学時テスト	定期試験時テスト
平均	55.41	76.961
分散	35.32	62.842
観測数	26	26
プールされた分散	49.08	
仮説平均との差異	0	
自由度	50	
t 値	-11.0891	
P(T<=t) 片側	2E-15	
t 境界値 片側	1.676	
P(T<=t) 両側	4E-15	
t 境界値 両側	2.009	

分散が等しくないと仮定した2標本による検定 (注３)

Ｐ５	入学時テスト	定期試験時テスト
平均	55.414	76.961
分散	35.322	62.842
観測数	26	26
仮説平均との差異	0	
自由度	46	
t 値	-11.0891	
P(T<=t) 片側	6.867E-15	
t 境界値 片側	1.6786	
P(T<=t) 両側	1.373E-14	
t 境界値 両側	2.01289	

注：この統計分析は表計算ソフト「エクセル」の「分析ツール」を用いて行なわれた。有意水準は５%を用いている。P(T<=t)片側、両側は有意確率を示す。数値表現でＥは指数を表し、たとえば２Ｅ－３＝２×10^{-3}＝２×0.003 を表す。

平成 18 年度春学期の「Ｍ２」についても入学時テストと定期試験時テストの評価点平均に有意な差があるかどうか検定した結果、検定統計量は t＝－2.1059 で非等分散の場合でも５%有意水準で成績評

価点が上昇したことを示している。そのほかの各年・各学期においても有意な成績の向上を示した。しかし表 1.2 の中で、平成 20 年秋学期の「Ｍ２」の場合だけが、統計的に有意な評価%ポイント差として検定に合格しなかった。検定統計量の値は t＝－0.7603 で５％有意水準では平均が等しいことを棄却できなかった。この場合、評価%ポイントの差が 5.8%ポイントと改善幅が小さかったことと、サンプル数が 14 と少なかったことによるもので、それ以外の年学期では有意な差として学習効果による計算力・数学力の改善効果を示した。

２－２　生活数学の教育効果１　——　学業成績が上がった

公文式算数・数学プリントの導入による「生活数学」は、入学時テストと定期試験時テストの比較から計算力を大幅に再生･向上させる、また数学力の改善に学習効果があることが明らかになった。今まで苦手だった計算･数学を少しでも克服したことが自信になったと思われる。また、短期間ではあったが大量のプリントを頑張ってきたことで集中力と学習習慣が養われたと思われる。計測はできないが、簡単な計算をスピード感をもって繰り返し行なう公文式プリント学習によって頭脳の回転も良くなったのではないかと思われる。

それによって他の授業科目へも積極的に取り組めるようになるのでないかと期待される。ここ４年余りの授業経験とその後の履修学生との係わり合いから、他の授業科目への勉強･学習に好影響を与えているのではないかと思うようになった。

本項では「生活数学」を履修した学生の２年後、３年後・４年後、そして今年の卒業生の成績を追跡調査した。「生活数学」では秋学期にも春学期と授業を行なうが、春学期は入学時の「Ｐ５」「Ｍ２」テストで、成績が振るわなかった学生を選抜して、クラス編成をしている。計算・数学テストだけが学力評価の対象ではないことを十分承知の上で、成績順位のデータとして使用する。厳密さを確保するために、経済経営学科の学生を対象にする。それも留学生を除いて日本人学生のみのグループを対象に検証を試みる。

表 2.1 入学時と卒業時の成績順位と順位統計量

No.	入学時 成績順位	卒業時 成績順位	入学順位	卒業順位
1	80	1	49	1
2	79	3	48	2
3	78	9	46	3
4	77	14	45	4
5	76	16	44	5
6	75	22	42	6
7	74	36	41	7
8	73	38	40	8
9	72	39	38	9
10	71	40	36	10
11	70	44	35	11
12	69	45	33	12
13	68	48	31	13
14	67	55	29	14
15	66	56	28	15
16	65	60	27	20
17	64	61	26	22
18	63	67	25	29
19	62	68	24	31
20	61	69	22	33
21	60	71	20	36
22	59	72	19	38
23	58	75	18	42
24	57	78	17	46
25	56	80	15	49
平均	68	46.68	31.92	18.64

●成績順位の変化

平成 18 年の春学期の「生活数学」は、当初から経済経営学科のみの日本人学生が入学時テストから 31 名選ばれてきた。４年後の卒業時には、履修生の内 25 名が成績比較が可能であった。経済経営学科日本人学生は 80 名が対象になるので、表 2.1 にあるように、履修学生 25 名の成績順位を第２列に「入学時成績順位」として 56 位から 80 位と低成績順位にした。この 25 人分の入学時の成績平均順位は 68 位になる。卒業時の成績順位は、Ａの数と授業科目平均点で成績順位が決まる。これは第３列に成績順位の変化でみることができる。25 人のうちベスト 10 に３人も入っていると同時にワースト 10 にも５人入っている。卒業年次の成績順位の平均は 46.7 位である。平均順位の差でみると 21.3 平均成績がグループとして上がったことになる。この変化は統計的に有意な順位変化、すなわち成績順位でみる成績向上とみることができるのであろうか。表 2.2 には平成 18 年から平成 21 年までの入学時と比較時の成績平均順位と平均順位差がまとめられている。かなり大きな差となって成績がグループとして向上している様子が伺える。

表 2.2　入学時と卒業時の成績平均順位

	対象人数	入学時平均 成績順位	比較時平均 成績順位	平均成績 順位差
H18春→H22の卒業生	25	68	46.7	21.3
H19春→H22の4年生	31	75	42.2	32.8
H20春→H22の3年生	18	61.5	38.2	23.3
H21春→H22の2年生	28	70.5	50.2	20.3

●成績向上の統計分析

同じグループの学生が入学時テストの成績と卒業時の４年間分の成績について、その順位変化をみる方法は統計分析の手法の１つである「ウィルコクスンの順位和検定」がよく使われる。この分析方法はデータに特定の分布が仮定できない場合、成績データを順位位置に変換し順位位置を解析の対象にするところにある。この場合は、入学時テストの成績順位の中心位置（平均順位）と卒業時の成績順位の中心位置（平均順位）に差があるがどうかを統計的に検証することになる。もし２つのグループに成績の中心位置が同じでなく大きくずれているならば、グループとして成績の変化・向上があったと検証できるのである。

表 2.3「ウィルコクスンの順位和検定」結果

	入学順位	卒業順位
サンプルサイズ	25	25
順位和	798	466
平均順位	31.92	18.64
検定統計量z	3.1142	
有意確率（片側）	0.000922	
有意確率（両側）	0.001845	

たとえば平成 18 年春学期履修の 25 名はそのままの成績平均順位は、入学時は真中の 68 位で、卒業時は 46.7 位で、21.3 の差がある。「ウィルコクスンの順位和検定」では、これとは別に入学時 25 個の成績順位データと、卒業時 25 個の成績順位データを合わせて計 50 個分の成績データの順位を表 2.1 の右２列にあるように２つのグループで１位から 50 位までの順位統計にする。同位順も考慮に入れて入学順位と卒業順位に振り分ける。この２グループの平均順位の差を検定するのである。

そうすると表 2.3 の「ウィルコクスンの順位和検定」結果にあるように、入学順位の平均順位は 31.92 で、卒業順位の平均順位は 18.64 である。「ウィルコクスンの順位和検定」の検定統計量は標準正規分布するので検定統計量を計算すると z =3.1142 で、５％有意水準で有意な平均順位差として検定されたことになる。有意確率は片側・両側でもかなり小さいので、この観点からも平均順位に差があることを示す(注 4)。すなわち入学時に比べ卒業時のほうが成績順位がグループとして上がっていると検証できたわけである。

平成 19 年春学期「生活数学」を入学時テストで履修することになった学生は、現在４年次生である。比較対象の履修生は経済経営学科で 31 名で、日本人学生は 90 名であった。この 31 名を対象に入学時テスト順位と３年間分の総合成績順位の変化を「ウィルコクスンの順位和検定」で検証すると、検定統計量 z ＝4.4559 で有意な成績向上として検定結果が得られた。平成 20 年春学期、平成 21 年春学期の「生活数学」履修者に対しても２年後、１年後の成績変化を同様な検定方法で調べた結果、それぞれ検定結果は z ＝3. 5435、 z ＝3. 4904 といずれも有意な成績向上の結果を示している。これらの結果は表 2. 4 にまとめられている。

表 2.4　入学時と比較時の平均順位と「ウィルコクスンの順位和検定」結果

	対象人数	入学平均順位	比較時平均順位	検定統計量 z
H18春→H22の卒業生	25	31.92	18.64	3.1142
H19春→H22の4年生	31	41.71	21	4.4559
H20春→H22の3年生	18	24.72	12	3.5435
H21春→H22の2年生	28	36.11	20.43	3.4904

必ずしも入学時テストの数学の成績だけがそのときの学力順位ではないことはもちろんである。更にその後のさまざまな授業科目に対する成績も算数・数学以外の能力や才能が関係していることは当然である。しかしこれらの結果を逆の方からみれば「生活数学」を履修しなかった学生の各学年グループは成績を下げたことになる。たとえば、平成 18 年春学期「生活数学」を履修しなかった学生グループを取り上げて入学時と卒業時の平均順位差を「ウィルコクスンの順位和検定」で検定してみる。

表 2.5　平成 18 年春学期に履修しなかったグループの**「ウィルコクスンの順位和検定」結果**

	対象人数	入学時平均成績順位	比較時平均成績順位	平均成績順位差	入学平均順位	卒業平均順位	検定統計量z
履修しなかった平成22年卒業生	55	28	37.7	−9.7	48.5	61.8	−2.3165

表 2. 5 は平成 18 年春学期に「生活数学」を履修しなかったグループの「ウィルコクスンの順位和検定」結果である。この表は表 2. 2 と 2. 3 の項目内容を合わせた形になっている。検定統計量 z ＝−2. 3165 で、５％有意水準で平均順位が下がった結果を示している。いずれにしても「生活数学」履修者は、その後

に学業成績の相対的な向上を示している。

２－３　生活数学の教育効果２　――　卒業率が上がった？

前項では、１年時生の春学期時点で計算が苦手な「生活数学」履修者が、その後「生活数学」以外の授業科目に対して２年後、３年後、４年後にいかに学業成績の向上を経験したかを分析した。その結果成績の向上が教育効果として認められることがわかった。

「生活数学」では採点のためのプリントの受け渡しを通して、教材ごとの終了テストを通して履修学生の顔と名前を覚え、簡単な会話や激励を行ないながらつながりを深めている。それは担当教員だけでなくスタッフとしてかかわる教職員も同じである。採点アルバイトとして活躍する上級生や他の多数の関係者が履修学生と関係を持つ。特に採点や教材管理、履修学生の自習に使う生活数学室に解答済みプリントを自主的に持ってくる学生とはより親密になり、いろいろな話ができるようになる。このような学生とは２年、３年になっても大学内で声掛けがなされ、人間的なつながりが継続される。

●「生活数学」履修者の最初の卒業生

本項では、４年後の検証として経済経営学科の日本人学生で「生活数学」を履修した学生の卒業率に注目する。平成 18 年度に春学期と秋学期に履修した学生は、44 名であった。そのうち４年間で無事卒業したのは 36 名で、退学もしくは留年のために卒業できなかった学生は８人であった。入学時の１年生の時に「生活数学」を履修しなかった学生は 49 人で、４年間で卒業した学生は 35 人で、何らかの理由によって卒業にいたらなかった学生は 14 人いた。その様子をクロス集計すると表 3.1 になる。

表 3.1　経済経営学科における生活数学の履修の有無と卒業の有無

	卒業人数	非卒業人数	合　計
生活数学1年次履修学生	36	8	44
生活数学1年次未履修学生	35	14	49
合　計	71	22	93

このクロス集計表から１年次「生活数学」履修者の卒業率は 81.8%（＝36÷44×100）になる。また１年次「生活数学」未履修者の卒業率は 71.5%（＝35÷49×100）であった。この差は約 10%となる。卒業率でみれば１年次に「生活数学」を履修した学生のグループの方が履修しなかった学生グループに比べて卒業率がよいという結果を示している。このことは大変なことである。なぜなら卒業できなかった理由としては成績不振による退学や留年が多いからである。それ以外には経済的理由・病気等による退学･休学、その他に他校への進路変更による退学が理由として挙げられる。大学としては入学したからには実力・学力をつけて卒業させる様に努力してきたわけであるから、卒業率という観点からこの差に対して「生活数学」の教育効果はある程度認められるのではないだろうか。

●卒業率の差の統計分析

この卒業率の差について、統計的な検証を行なった場合どうなのであろうか。約 10%の差は有意な差として検証できるのであろうか。そのための統計的検証方法には２つの比率に差があるかどうかの検定

がとなる。すなわち「比率の差の検定」である。ここでは２つのグループの卒業比率が等しいかどうか、「生活数学」を履修した学生グループの卒業率と履修しなかった学生グループの卒業率が等しいという帰無仮説 H_0 と履修グループの卒業率が履修しなかったグループの卒業率より高いという対立仮説 H_1 を統計的に検定することになる。先の表 3.1 のクロス集計表を基にその検定統計量を計算する。「生活数学」履修グループの標本卒業率は 0.8182（＝36÷44）、一方未履修者だったグループの標本卒業率は 0.7143（35÷49）であった。両方をあわせた共通卒業率は 0.76344（＝71÷93）である。次にグループ合計を用いて「比率の差の検定」の検定統計量を計算すると、検定統計量 z ＝1.1771 である。この検定統計量は標準正規分布することが知られているので、検定値を有意水準５％の片側検定で判断すると、その棄却限界＝1.645 となるので

検定統計量＝1.1771　＜　棄却限界＝1.645

から、検定統計量の値 1.1771 は棄却域に入っていない。したがって帰無仮説 H_0 すなわち両方の比率が等しいという仮説は棄てられないので、有意に２つの比率の差があるとはいえないことになる。

別の「比率の差の検定」を取り上げる。これは「独立性の検定」とも言われている。この検定では履修しているグループの卒業率と履修していないグループの卒業率に差はあるかどうか、関連があるかどうかという設定に使える。授業を履修したかどうかと卒業したかどうかの２つの属性に関連があるかどうか、すなわち２つの属性についての独立性を検定することになる。周辺確率と同時確率の定義より、現実値と理論値の乖離の度合いをチックする検定方式として、χ^2 乗分布を用いる。表 3.1 を基に、すなわち周辺度数を用いて理論値表を作ると表 3.2 のようになる。

表３．２　経済経営学科における生活数学の履修の有無と卒業の有無の理論値人数

	卒業人数	非卒業人数	合　計
生活数学1年次履修学生	33.59	10.41	44
生活数学１年次未履修学生	37.41	11.59	49
合　計	71	22	93

２つの表の人数度数から、この検定統計量 χ^2 を計算すると以下のようになる。

$$\chi^2 = \frac{(36-33.59)^2}{33.59} + \frac{(35-37.41)^2}{37.41} + \frac{(8-10.41)^2}{10.41} + \frac{(14-11.59)^2}{11.59} = 1.386$$

２×２のクロス集計表（分割表ともいう）からの計算では、自由度１のカイ２乗分布に従うのでその５％有意水準の棄却限界を調べると 3.8415 なので、棄却域に入らない。よってこの属性間の独立性が棄却できない。すなわち関連があるとはいえないので、両者の卒業率に有意な差があるとはいえないことになる。いずれにしても統計的には有意な差とは認められないことが分かった。

この原因はサンプル数がまだ少ないか、あるいは比率の差がまだ小さいということによる。前者の検定では 10%の比率の差が同じならば、それぞれ２倍のサンプル数（データ数）がなければ有意な差とはならない。後者の検定では割合が同じならば、それぞれ３倍のサンプル数が確保できれば独立性を棄却できない。よって「生活数学」履修者が、未履修者と比べて卒業率が高いという統計的検証は得られなかったが、10%の卒業率差があり、履修者のほうが卒業率が高いことは間違いないようである。

３．おわりに

以上本稿では４年間の「生活数学」の成績データを使いながら、統計分析を行なうことでその学習効果や教育効果を検証してきた。まず学習効果を測るために、２種類の入学時テスト「Ｐ５」「Ｍ２」を学期末の定期試験時に再度同じテストを行い成績変化を測った結果、４年間の平均でみた場合「Ｐ５」テストで28.1％の成績上昇率が、「Ｍ２」テストで69.5％の成績上昇率を記録した。この変化は毎年の春学期と秋学期の成績データを統計的に分析しても有意な成績上昇を示すことができた。ただ「Ｍ２」の成績上昇率が大幅に高いのは入学時の履修学生の計算力が低水準のためである。この授業で単位取得した学生は分数の四則演算・混合計算はできるようになるので、このことが大幅な上昇率につながっているようである。

本稿での分析で一番驚いたのは春学期の「生活数学」履修者の学業成績向上、成績順位の上昇である。年度末に集計される成績結果から、各学年ごとに成績順位が決まる。毎年入学時「Ｐ５」「Ｍ２」テストで結果が悪く成績下位から集められた学生が１年後、２年後、３年後、そして４年後の卒業時のすべての学年で成績を大幅に上昇させているのである。このことについて統計分析結果から有意な学業成績の向上を得た。学業成績を上げるには得意分野をさらに伸ばすことで、全般的な成績を引き上げる方法がよく指摘される。「生活数学」履修の場合は逆で、今まで苦手だった計算や数学を少しでも克服することによる自信が学業全般に好影響を与えたのではないかと考えている。ただし成績向上については、入学時の算数・数学だけのテスト結果でみた成績からの平均順位差が適切かどうかの検討が必要であるかもしれない。もうひとつの検討事項は、入学時テストの成績がよくて１年次の秋学期以降に「生活数学」を履修した学生の取り扱いである。これらの学生は人数が多くはないが「生活数学」をその後履修したにもかかわらず、「生活数学」未履修生グループに含まれているからである。

もう１つの教育効果は、平成 18 年に１年次生として「生活数学」を履修した学生グループと１年次に履修しなかった学生グループの２グループ間で卒業率の差をみた。履修したグループの４年後の卒業率は 81.8％で、履修しなかったグループの卒業率は 71.5％で、その差は約 10%にもなっていた。「生活数学」の授業が卒業率にも好影響を及ぼしているようである。このことは半期２単位の「生活数学」授業で、プリントをただ単にやらせているだけでは得られない成果である。むしろ授業時間をはじめ、授業時間外の「生活数学室」での履修学生とのかかわりが学生個々人とのつながりを深めるのに役立っているからと思われる。その後履修生が卒業するまでつながりが継続するケースが多々あることもこの授業の特徴のひとつと考えられる。だが統計分析結果は統計的な有意差にはいたらなかった。卒業率のついては平成 18 年の履修生１回だけの結果でしかないので、その時の履修学生が特別だったのではないかという考えがつきまとう。平成 19 年度生、20 年度生の卒業率のデータが積み重なり、蓄えられることにより明確な結果がみえてくると思われる。さらによい教育効果が得られるように、履修学生一人一人を大切にしながら「生活数学」に取り組んでいきたい。

(注１)　公文式教室で入会時に行なわれる学力診断テストで、「Ｐ５」「Ｍ２」の２つで小学段階の数の四則演算から中学段階までの連立方程式までの学力調査が行なえる。本学では入学時に新入生全員に数学プレイスメントテストとして実施している。

(注２)　本節で行う成績評価の数量化の方法として、本来概念の異なる２つの変量をこのような形で便宜的に使うことに疑問を感じるが、両方の要因を加味する方法の第一次近似として用いている。標準所要時間 15 分を設定しているので、時間変量を１分あたり 3.33 問（50 問÷15 分）と考えて計算してもよい。

(注３)　それぞれの標本分散が未知で、両者が必ずしも等しいとは限らない場合には、ウェルチ検定を使う。等分散の場

合も検定統計量は t 分布を用いるが、自由度が異なることに注意が必要である。

(注 4) 「ウィルコクスンの順位和検定」ではグループで見る順位付けで対になって個別に対応する場合は別の方法をとる。ただ順位和検定では同順位がある場合対象の変量の平均を使うことで処理することができる。表 2.1 では、15 位、20 位、22 位など、そのとき 15 と 16 の平均である 15.5、20 と 21 の平均 20.5、22 と 23 の平均 22.5 などの順位を使う処理で対処する。この種の順位数を使っても結論には大きな変化とならなかった。

参考文献

内田　治著『すぐわかるＥＸＣＥＬによるアンケートの調査･集計･解析（第２版)』東京出版、2002 年

加藤千恵子･石村貞夫著『Ｅｘｃｅｌでやさしく学ぶアンケート処理』東京出版、2003 年

杉山髙一・佐藤学･杉山早苗著『保健･医療を学ぶための統計学』絢文社、2003 年

得津一郎著『はじめての統計』有斐閣、2002 年

日本公文教育研究会「算数･数学☆学力診断テストＰ５」「算数･数学☆学力診断テストＭ２」、2003 年

福井幸男著『統計学の力』共立出版、2009 年