

時系列モデルはどれだけ為替レート変動を予測できるか

How Well Can the Time Series Models Forecast Exchange Rate Changes?

橋 本 次 郎

Jiro HASHIMOTO

要旨

1973年以降の変動相場制以来、為替レートを説明する経済理論が数多く開発されてきた。ところが1983年に発表されたメーシーとロゴフ(1983)の論文が、それまで頼りにしていた為替レート決定理論が予測を目的にした実証分析では、ランダム・ウォークよりも予測精度が悪かったことから、大騒ぎになった。その原因究明に現在まで長期間にわたってさまざまな試みが展開されてきたが満足できる結果には至っていない。本稿では、初心に帰って為替レート変動のような時系列データの分析を既存の時系列モデルを用いて推定し、将来予測を再度試みる。これまでの研究と異なるところは、直接為替レート変動そのものを、予測精度の評価対象とすることと、その変化の方向を予測することである。この研究では為替レート予測に対して時系列モデルを再評価する結果を提示する。

1. はじめに

メーシーとロゴフ(1983)の論文では、伸縮的価格マネタリーモデル(Frenkel・Bilson)と硬直的価格マネタリーモデル(Dornbusch・Frankel)、そして経常勘定を組み入れた硬直的価格モデル(Hooper・Morton)の構造的為替レートモデル^{1 2}について、標本期間外予測の正確さを比較した結果、ランダム・ウォーク・モデルがどんなモデルと比べてもよい予測能力を発揮したことを報告した。しかもそれらの将来予測を説明変数の実際の実現値に基づいて予測計算したにもかかわらず、構造モデルは予測においてランダム・ウォーク・モデルに及ばなかったわけである。この論文では、さらに為替レート時系列モデルについても1変量自己回帰モデルや多変量自己回帰モデル(いわゆるVARモデル)で比較を行ったが、いずれもランダム・ウォーク・モデルを超える平均2乗誤差の平方根(いわゆるRMSE: Root Mean Square Error)あるいは平均絶対誤差(MAE: Mean Absolute Error)における予測の改良をもたらさなかった。よって時系列モデルによる予測の改良はもたらされなかったと結論付けている。

メーシーとロゴフ(1983)では、構造モデルと時系列モデルの両方が標本外期間の予測検証の対

¹ メーシーとロゴフ(1983)で分析された構造的為替レートモデルは、伸縮的価格マネタリーモデルではフレンケル(Frenkel, J. A.) (1976)、ビルソン(Bilson, J. F. O.) (1978)を参照。硬直的価格マネタリーモデルではドーンブッシュ(Dornbusch, R.) (1976)、フランケル(Frankel, J. A.) (1979)を参照。そして経常勘定を組み入れた硬直的価格モデルはフーパーとモートン(Hooper, P. and J. E. Morton) (1982)を参照すること。なお、アイザード(2000, pp.160-167)には、誘導型による特定化やサンプル期間外の予測精度について詳しくまとめられている。

² 橋本(1980)では、「マネタリーアプローチによる為替レート決定理論の実証分析」として伸縮的価格マネタリーモデル(Frenkel・Bilson)の標本期間外予測テストを日本の円/ドル為替レート(月次データ)で試みている。その結果、標本期間内の予測では良好な予測結果を表していたが、標本期間外予測では満足のいく結果にはならなかったことが報告されている。特に円安から円高、そして円安という転換点をうまく予測することができていなかった。

象になっていた。構造的為替レートモデルの予測精度の悪さに大きな衝撃が集まったために、その後の多くの研究者が多大な時間と労力をかけてさまざまな挑戦を行ってきた³。逆に時系列モデルの予測精度の悪さにはあまり注目が集まらなかった。機械的ではあるが長い歴史と経験が蓄積されている時系列モデルは、それなりの有効性が認められて多くの場面で利用されてきた。それ故、本稿では、為替レート変動のような時系列データの分析を既存の時系列モデルを用いて推定し、将来予測を試みる。これまでの研究成果と異なるところは、直接為替レート変動そのものを取り扱い、予測評価の対象にする点である。1変量の為替レート時系列モデルでは、自己回帰モデル (ARモデル)、移動平均モデル (MAモデル)、そして自己回帰移動平均モデル (ARMAモデル) を用いる。これらの時系列モデルでは、実際値に頼ることなく自己予測で標本期間外予測をすることができる。ただその有用性は短期に限られる。なぜなら予測をしばらく続けるとどのモデルも推定期間の標本平均値に収束する傾向が強いためである。そういう意味では短期の変動予測に向いていると言えよう (山本 (1988) p.86 を参照せよ)。そこで本稿では短期である 1 期先予測に注目した。4 期先あるいは 8 期先への予測精度をみると、ランダム・ウォークは現時点の値が長期についてもその予測値になるが、時系列モデルの場合標本平均がその予測値になる。その違いでの長期予測の評価であるから、短期を重視することの意味が大きいと思われる。

本稿の目的は、為替レートの予測を標本期間外予測で行い、モデルの予測精度を再検証することである。標本期間内予測ではなく期間外予測によるモデル評価が近年ではよく採用されているし、その支持も多くなってきている (グレンジャー (2009) を参照せよ)。メーシーとロゴフ (1983) で展開されているモデルは為替レート水準 (本稿で水準と言っているのは対数変換されたものをさす) に焦点を当てて構造モデルの当てはめと予測を行い、予測評価を行っている。そのため、為替レート水準の時系列が単位根を有する非定常系列のままでの推定であり、その推定結果は「見せかけの回帰 (グレンジャーとニューボルト (Granger, C.W.J and P. Newbold) (1974) を参照せよ)」の疑いを拭い去ることはできない。その推定パラメータを用いての標本期間外の将来予測実験は、たとえ説明変数に実際値を使うという便宜を図っても予測精度を悪くする原因⁴となりうる。一方時系列モデルの分析では、非定常時系列では推定に耐えられないので、1次階差をとることによって定常時系列に変換してから、推定を行い、将来予測を行う。その際ランダム・ウォークとの比較検討から、1次階差での予測を水準値に戻して、その予測精度を検証している。その結果やはりランダム・ウォークよりも悪い結果となっている。

本稿では、時系列モデルの有効性を再検討する際、— 後に単位根検定を行うが — 水準では非定常時系列なので、その定常化をはかるために変化率 (本稿では対数値の 1 次階差をさす) の状態を用いる。変化率の時系列を直接推定し、変化率の状態ですべての予測をし、変化率の状態でその予測精度を比較・検証することによりモデル評価を行なう。為替レート 1 変量で用いる時系列モデルは AR モデル、MA モデル、ARMA モデルの 3 種類である。為替レートと相対的物価の 2 変量で行う時系

³ 1970 年代から 1990 年代までの為替レート予測にかかわる歴史的な実証モデル・実証分析についてのまとめはニーリィとサルノ (Neely, C.J. and L. Sarno) (2002) を参照のこと。

⁴ 構造的為替レートモデルは、準誘導型方程式を推定式として用いている。説明変数に内生変数が含まれるため、普通の最小 2 乗法での推定ではパラメータにバイアスがかかり推定パラメータの不安定化につながると疑われた。しかし同時方程式バイアスが考慮された推定方法を用いても予測精度の悪さは変わらなかった。同時方程式の推定問題と為替レートを含む非定常時系列変数間における「見せかけの回帰」による疑わしい推定パラメータで生じるとされる予測精度の悪さとは別次元の問題であると考えられる。

列モデルはVARモデルになる。ここでは日本、カナダ、イギリスの3カ国の対ドル為替レートを使って分析する。相対的物価では、アメリカの物価指数に対する各国の物価指数を用いる。いずれも四半期時系列で為替レートは期平均、物価は期平均の生産者（企業）物価指数を用いる。

第1回目の推定期間は1975年の第3四半期から2002年の第4四半期の138期間を起点に2003年第1四半期を予測する。第2回目は2003年の第1四半期を推定期間（139期）に加えて推定し、2003年第2四半期を予測する。毎回1期間ずつ推定期間を増やしながらかローリング回帰を時系列モデルで行い、1期先予測を繰り返していく。最終的には22回目の推定が1975年第3四半期から2008年第1四半期を用い、2008年第2四半期が予測される。全体をカバーしている時系列は1973年第1四半期から2009年の第4四半期までを用意している。

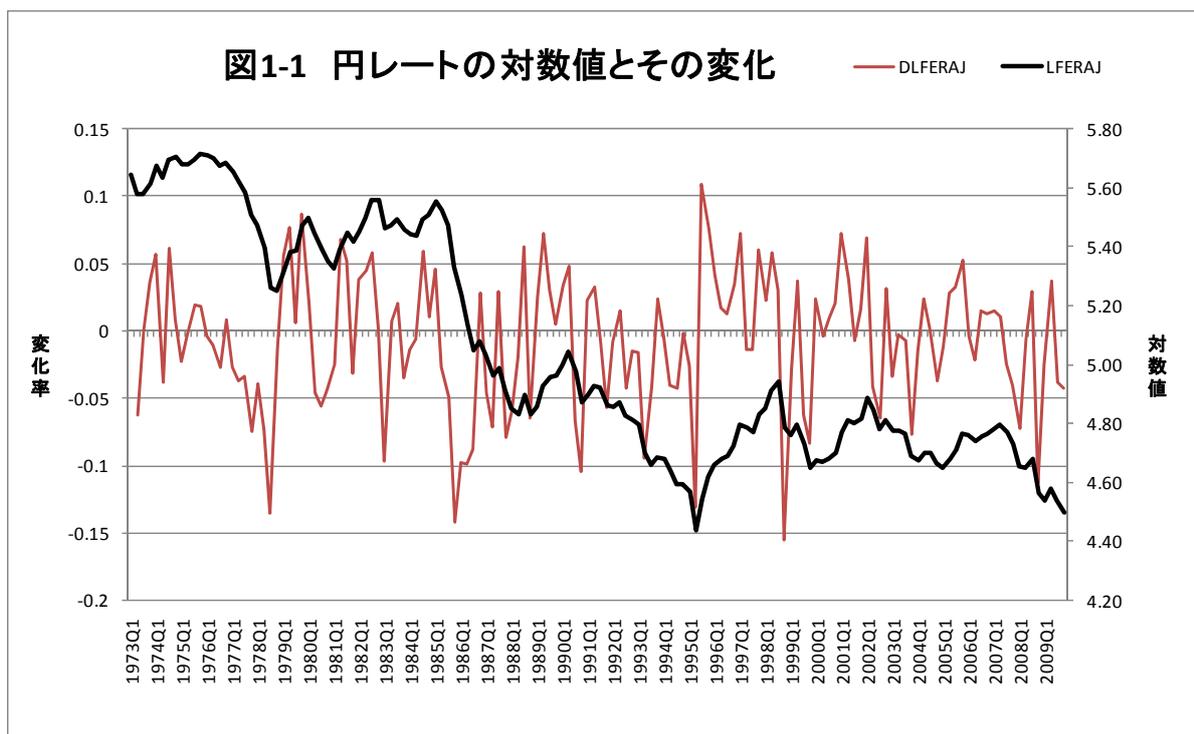
変化率を直接予測の対象にしているため、水準の状態でのランダム・ウォークと予測精度を比較できないので、変化率の状態での精度を比較する。予測評価の方法は、メーシーとロゴフ(1983)で用いられている平均2乗誤差の平方根(RMSE)である。本稿ではもう1つの予測評価法を試みる。定常時系列化のための変化率は、ゼロを中心のプラスの変化、マイナスの変化を時系列的にたどる。時系列的には定常時系列は上がるプラス値か、下がるマイナス値の2つしかないのである。その繰り返しのうちにその時系列の確率過程が存在し、時系列特性が内在する。本稿では時系列モデルの変化率予測をつかって、プラス・マイナスの2つしかない予測結果の当たり外れを二項分布による検定で予測精度を検証する。平均2乗誤差の平方根(RMSE)による1期先予測精度ではその多くのケースでランダム・ウォーク変化予測より小さい予測誤差を出している。またプラス値・マイナス値の変化予測でも有意な予測結果を出しているケースが多く、時系列モデルの再評価につながる結果が得られた。

第2節では為替レートの時系列特性をグラフや相関係数などで再認識する。また単位根検定が行われる。第3節では1変量時系列モデルと2変量自己回帰モデル(2変量VARモデル)を推定し、1期先予測を行う。平均2乗誤差の平方根(今後はRMSEを表記に使う)による予測精度の評価を行う。第4節ではその予測がプラス・マイナスの変化の方向をどれだけうまく当てているかを検証する。第5節では分析結果の簡単なまとめと今後の課題である。

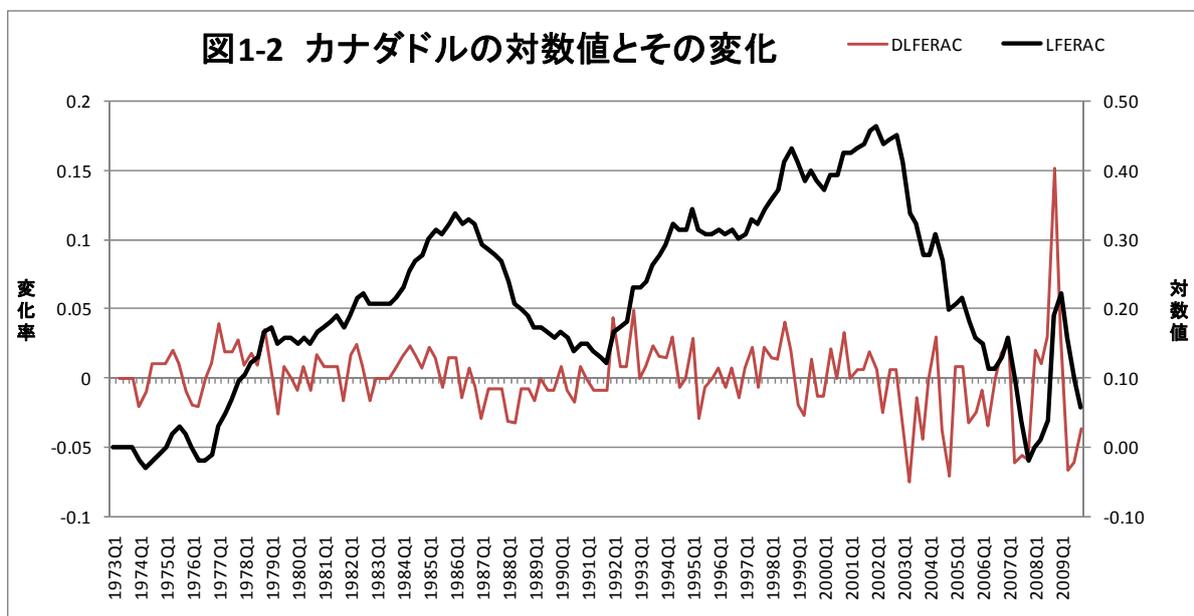
2. 為替レートの時系列特性

1973年以来の変動相場制以降の為替レートの推移を確認することには意義がある。そしてその時系列特性を知ることは時系列分析を行う上で欠かすことができない。この研究で取り扱う為替レートは1973年第1四半期から2009年第4四半期までの範囲を設定している。日本、カナダ、イギリスの3カ国の通貨を、対ドル為替レート — すなわち円/ドル、カナダドル/ドル、ポンド/ドル — の期平均値データで調べる。以下の3つ図では水準の動きとしては対数値の為替レートと変化率の動きとしてはその1次階差を同時に図示している。3つの図とも為替レート水準は図に見られるように、また今までの研究成果にあるように非定常時系列のようである。図1-1の円レートは1973年以来多少の上下変動を繰り返しながらも一貫して減少(通貨価値の上昇)している。円レートとは対称的にカナダドルレートとポンドレートは大きな変動は見られるが右肩上がりとか右肩下がりと言うような一方向への趨勢的動きにはなっていない。それに対してその1次階差をとった変化率時系列は、3カ国通貨とも変化率の大小は見られるが、いわゆる定常時系列の変動図に

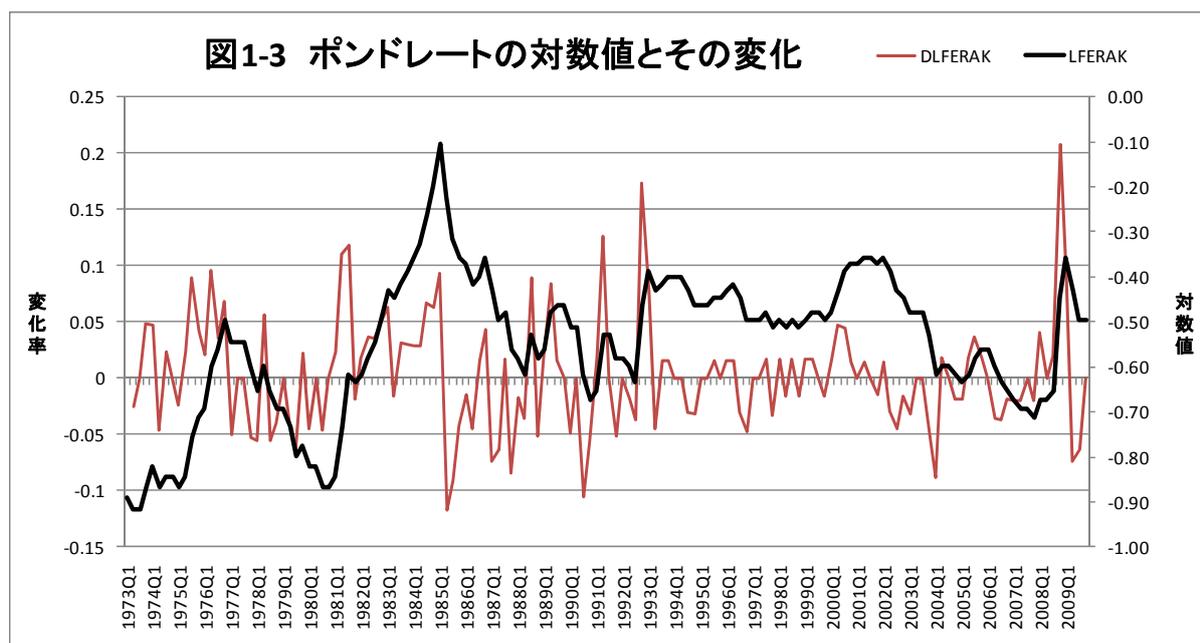
なっているようである。時系列モデルではその1次階差となる変化率を分析対象にする。



注意: 右の軸が円/ドル為替レートの対数値で LFERAJ の変数記号が使われている。左の軸がその変化率で LFERAJ の1次階差データで、DLFERAJ の記号が使われている。



注意: 右の軸がカナダドル/ドル為替レートの対数値で LFERAC の変数記号が使われている。左の軸がその変化率で LFERAC の1次階差データで、DLFERAC の記号が使われている。



注意:右の軸がポンド/ドル為替レートの対数値で LFERAK の変数記号が使われている。左の軸がその変化率で LFERAK の1次階差データで、DLFERAK の記号が使われている。

実証分析では為替レート変化率の1変量時系列モデルと為替レートと相対的物価の2変量自己回帰モデル(2変量VARモデル)を検証する。使用される物価指数は生産者物価指数(PPI)⁵を用いている。為替レートと相対的物価はいわゆる購買力平価関係にある。為替レートと相対的物価は互いに影響関係があると考えられているので、VARモデルには適していると考えられる。対ドル為替レートとの対応関係からすれば、対アメリカ物価指数による相対的物価 — 日本の物価/アメリカの物価、カナダの物価/アメリカの物価、イギリスの物価/アメリカの物価の値となる。いずれも変化率でのモデル化となるので対数値の1次階差で — 1975年第3四半期から2009年第4四半期の138期で計算されている。両側5%の有意水準に対応する相関係数の値は、 $n=100$ で0.195、両側10%では0.164である。表1によると日本の為替レート変化率はそのラグ1変数とラグ3変数と(自己)相関が高い。相対的物価の変化率は、その相対的物価のラグ1変数と為替レート変化率のラグ1、ラグ2変数との相関が高い。カナダの為替レート変化率はそのラグ1変数、相対的物価の当期変化率変数、そしてそのラグ1変数と相関がかなり高い、そしてカナダの相対的物価の変化率はラグ1の為替レートの変化率とラグ1の相対的物価の変化率と相関がある。イギリスの為替レート変化率はラグ1、ラグ4の為替レート変化率と当期の相対的物価の変化率と相関がある。イギリスの相対的物価の変化率はラグ1、ラグ2、ラグ4の為替レート変化率とラグ1、ラグ3、そしてラグ4の相対的物価の変化率と相関がある。

⁵ 郵政省・研究報告書(2000)では、購買力平価に用いる価格指数について、GDPデフレーター、消費者物価指数、企業(生産者)物価指数(以前の卸売物価指数)、輸出物価指数の中から企業物価指数を用いている。2国間通貨の比率に当たる為替レートは国際貿易との影響関係が強いので、為替レート変動に合わせて輸出価格を調整する懸念があるため、より広い国内国外の両方を含む企業物価指数のほうが適切だとしている。GDPデフレーターや消費者物価では一物一価の法則からすると、為替レート水準からあまりにも遠く乖離が大きいとしている。

表1 為替レート変化率と相対的物価の変化率の相関係数

— 当期から4期ラグまでの変数間の相関係数 —

日本の場合

カナダの場合

変数	DLFERAJ	DLPIIJS	変数	DLFERAC	DLPPICS
DLFERAJ	1.000	0.020	DLFERAC	1.000	0.756
DLPIIJS	0.020	1.000	DLPPICS	0.756	1.000
DLFERAJ(-1)	0.252	0.225	DLFERAC(-1)	0.756	0.387
DLPIIJS(-1)	-0.051	0.292	DLPPICS(-1)	0.172	0.339
DLFERAJ(-2)	-0.064	0.258	DLFERAC(-2)	-0.046	0.078
DLPIIJS(-2)	0.005	-0.136	DLPPICS(-2)	-0.141	-0.005
DLFERAJ(-3)	0.166	0.112	DLFERAC(-3)	0.003	0.133
DLPIIJS(-3)	-0.116	-0.083	DLPPICS(-3)	-0.091	0.065
DLFERAJ(-4)	0.080	0.130	DLFERAC(-4)	-0.093	0.101
DLPIIJS(-4)	-0.158	-0.080	DLPPICS(-4)	-0.135	-0.020

イギリスの場合

	DLFERAK	DLPIIKS
DLFERAK	1.000	0.377
DLPIIKS	0.377	1.000
DLFERAK(-1)	0.255	0.334
DLPIIKS(-1)	0.097	0.427
DLFERAK(-2)	-0.032	0.200
DLPIIKS(-2)	-0.117	0.136
DLFERAK(-3)	0.025	0.113
DLPIIKS(-3)	-0.079	0.208
DLFERAK(-4)	-0.310	0.016
DLPIIKS(-4)	-0.014	0.182

注意: 期間は1975年第3四半期から2009年第4四半期までのデータなので、138期になる。日本の相対的物価の変化率はDLPIIJSと表示、同様にカナダと英国の場合もDLPPICS、DLPIIKSと表示されている。

次に為替レートと相対的物価についての単位根検定を行う。為替レートの対数の動きを図から観察すると単位根を有するように見える。単位根検定は水準あるいは1次階差で拡張されたディッキー・フラー検定(ADF検定)で行う。ADFの一般式は次のとおりである。

$$\Delta Y_t = \mu + \beta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma \Delta Y_{t-i} + u_t$$

μ は定数項(あるいはドリフト項)、そして u_t はホワイト・ノイズ攪乱である。もし $\beta = 0$ であれば、 Y_t は単位根を持ち、ランダム・ウォーク・モデルとなるが、ドリフト付きランダム・ウォークかどうかの判定は $\beta = 0$ の条件の下で、ドリフト項 μ が有意であるかどうかである。 $\beta = 0$ が棄却され、 $\beta < 0$ と判定されたならば、その時系列は定常過程である。 Y_t が単位根を持っているなら、

(すなわち次数1で和分される)、この仮説は従来のtテストでは不適當です、それで我々はディッキーとフルー(Dickey D.A. and W. A. Fuller) (1979)の結果と表にされた分布を使う。重要な β に関する臨界値は、 $T = 100$ と 250 に対して5パーセントの有意水準を使って、 -2.89 とそれぞれ -2.88 である。ドリフト項 μ についての $T = 100$ と 250 に対して有意水準5%の臨界値はそれぞれ 2.54 と 2.53 である。表1-2と表の1-3の点検から系列状態を観察すると、我々は3つの為替レート水準(対数値)に対してイギリスのポンド為替レート以外は単位根の帰無仮説を棄却できないので、ランダム・ウォークである。また、3つの相対的物価については、日本の相対的物価以外は単位根を棄却できないので、ランダム・ウォークと判断される。いずれの場合にも定数項(ドリフト項 μ)が有意でないので、ドリフトなしのランダム・ウォークと思われる。ただ、為替レートではイギリスポンドと相対的物価ではアメリカに対する日本の相対的物価が、単位根を棄却するので定常系列と判断される。

表2-1 日本、カナダ、イギリスの為替レートの単位根検定

従属変数	μ の推定値	t値	β の推定値	t値	AR(p)	系列状態
LFERAJ	0.084086	1.45585	-0.0179	-1.55661	3	ドリフトなしのRW
DLFERAJ	-5.58E-03 ^b	-1.32112	-0.64527	-5.19594	2	定常系列
LFERAC	7.16E-03	1.5584	-0.03055	-1.71039	2	ドリフトなしのRW
DLFERAC	1.88E-04	0.087905	-0.77856	-7.87598	1	定常系列
LFERAK	-0.04908	-3.0979	-0.09654	-3.32108	1	定常系列 ^a
DLFERAK	2.10E-03	0.510376	-0.82223	-7.85713	1	定常系列

注意: LFERAJは円/ドル為替レートの対数値、DLFERAJはその1次階差である。変数記号の最後にJが付けば日本、Cが付けばカナダ、Kが付けばイギリスを表す。RW記号はランダム・ウォークを表す。表中AR(p)は、ADF検定の自己回帰部分の次数である。

a ドリフト項 μ も有意であるが、 β の有意性を優先するので定常系列。

b 表中の数値表示でE-03は $\times 1/1000$ を表す。たとえば7.16E-03なら $7.16 \times 1/1000$ で、小数点を左に3つ動かした0.00716を意味する。

表2-2 日本、カナダ、イギリスの相対的物価の単位根検定

従属変数	μ の推定値	t値	β の推定値	t値	AR(p)	系列評価
LPPIJS	1.76E-03	1.39414	-0.02267	-3.09779	1	定常系列
DLPIIJS	1.72E-03	1.31495	-0.49479	-5.07532	2	定常系列
LPPICS	6.98E-04	0.592855	-0.02273	-1.68105	1	ドリフトなしのRW
DLPIICS	2.95E-04	0.257543	-0.74775	-7.56605	1	定常系列
LPPIKS	-5.28E-03	-2.4729	-2.14E-03	-0.497462	2	ドリフトなしのRW
DLPIIKS	-6.10E-03	-4.48789	-0.86695	-8.66237	1	定常系列 ^a

注意: LPPIJSは日本の生産者物価指数/アメリカの生産者物価指数の対数値で、DLPIIJSはその1次階差である。変数記号の最後部分にJSが付けば日本、CSが付けばカナダ、KSが付けばイギリスの対アメリカの相対的な変数を表す。

a ドリフト項 μ も有意であるが、 β の有意性を優先するので定常系列。

以上の為替レートと相対的物価を総合的に判断すると、水準は単位根を有するランダム・ウォークか、それに近い状態⁶である。変化率では完全に定常系列の状態を示している。また、2つの変化率では、それぞれに自己相関が有意か有意に近い関係、2変数間での相関関係でもラグ変数を含めると有意な相関関係が見られる。このことは、次節での時系列分析に期待を持たせるものと言える。

3. 為替レート時系列モデルによる実証分析

前節において3カ国の為替レートと相対的物価のデータ特性を変化率での相関関係と、単位根検定をとおして、時系列モデルによる分析方法への根拠を探ってきた。完全ではないが時系列分析を実行する上での情報を得てきた。この節では1変数の為替レート時系列モデルで推定と予測を行う。具体的には自己回帰モデル（いわゆるARモデル）、移動平均モデル（MAモデル）、そして自己回帰移動平均モデル（ARMAモデル）の3種類 — 今後この3種類の時系列モデルはAR、MA、ARMAモデルと簡単に表記する — を使う。次数 p のARモデルはAR(p)、次数 q のMAモデルはMA(q)、そして次数(p, q)のARMAモデルはARMA(p, q)と表記される。本節では最大次数 $p=3$ 、 $q=3$ までの次数で推定し、情報量基準の中でよく用いられるAIC（Akaike Information Criterion）やSBIC（Schwarz Bayesian Information Criterion）によって選択・採用されるモデルを決定する。そして最後に変化予測的中率 — 詳細説明は後に行うが、1期先予測によってプラスの変化、マイナスの変化を沢山当てたモデル — のよいモデルによって予測精度を事後的に実際値に対する1期先予測値で測るRMSEで比較する。最初の推定期間は1975年第3四半期から2002年第4四半期である。その推定結果を使って2003年第1四半期を1期先予測する。この為替レート時系列モデルは変化率のまま推定し、変化率の状態でも予測する。第2回目は1975年第3四半期から1期間増やした2003年第1四半期までを推定に使い、2003年第2四半期を予測する。このように時系列モデル版の回転する回帰（Rolling Regressions）を用いて、最終第22回目は2008年第1四半期までを推定期間にして2008年第2四半期を予測する。表3-1には、日本、カナダ、イギリスの為替レートに対してそれぞれ15の時系列モデルの推定と予測の計算結果の中から情報量基準AIC、SBIC、そして予測的中率を基準に3つの時系列モデルが選択されている。

表3-1 為替レート1変数時系列モデルの分析結果
日本の円レートの場合

モデル	RMSE ^a	相関係数 ^b	予測的中率 ^c
RW	3.781	0.2952	15/22=0.682
ARMA(2, 3)	3.080	0.2225	16/22=0.727
MA(1)	3.009	0.2823	16/22=0.727
ARMA(3, 3)	2.853	0.4269	16/22=0.727

⁶ この2つの時系列は定常系列と判定されるが、ともにドリフト項も有意である。この場合は他の国の変数と同じように、1次階差系列にして、時系列分析することにする。とくにVARモデルのとき2変数間で時系列の次元が異なるとその取り扱いを複雑なものにしてしまう。

カナダのカナダドルレートの場合

モデル	RMSE ^a	相関係数 ^b	予測的中率 ^c
RW	4.465	0.0641	14/22=0.636
ARMA(3, 3)	3.967	0.0832	16/22=0.729
MA(3)	3.892	-0.1327	15/22=0.682
ARMA(2, 1)	3.396	0.2427	16/22=0.729

イギリスのポンドレートの場合

モデル	RMSE ^a	相関係数 ^b	予測的中率 ^c
RW	2.941	0.3158	15/22=0.682
ARMA(3, 2)	3.683	-0.1358	12/22=0.545
MA(1)	2.666	0.2957	14/22=0.636
ARMA(1, 2)	2.704	0.2465	16/22=0.729

注意:モデルRWはランダム・ウォーク・モデルを指している。その後取り上げられている時系列モデルは、上から情報基準量 AIC、SBIC、そして予測的中率を基準に AR(1)モデルから ARMA(3, 3)モデルまでの15の時系列モデルから選ばれている。

a 平均2乗誤差の平方根 RMSE の計算では、

$$\text{ランダム・ウォークの場合: } \left\{ \sum_{s=0}^{21} [A(t+s+1) - A(t+s)] / 22 \right\}^{1/2},$$

$$\text{時系列モデルの場合: } \left\{ \sum_{s=0}^{21} [F(t+s+1) - A(t+s+1)] / 22 \right\}^{1/2}$$

A(t)は変化率の実値、F(t)は予測値である。s=0が2003年第1四半期への予測を表す。表中の数値はパーセント表示になっている。

b 相関係数は実際の変化率と1期先予測値との相関係数を表している。ランダム・ウォークの場合は1次の自己相関係数となる。

c 予測的中率とは、実際の変化(プラスか、マイナスか)と予測された変化が当たっているか外れているかに対して、変化予測が当たった割合を表記している。22回中15回変化の方向を的中すれば、15/22=0.682となる。

表3-1でまとめられた分析結果を見ると、円レート、カナダドルレート、そしてポンドレートの RMSE は、いずれの場合においてもほぼランダム・ウォークモデルの RMSE よりも小さい値をとっており、予測誤差の観点からは時系列モデルの良好さが目立つ。相関係数の立場から見ても、予測的中率の高い時系列モデルとランダム・ウォーク・モデルとでは、イギリス以外日本、カナダの為替レートでは相関が高くなっている。上がるか下がるかの予測的中率においても、ランダム・ウォーク・モデル以上の成績を示していることがわかる。

次に行う実証分析は、為替レートと相対的物価の2変量の自己回帰モデル、すなわち2変量 VAR モデルによる推定と予測結果による検証である。VAR モデルにおいては、ラグ次数を1から4までを考えている。どのモデルを採用するかは1変量為替レート時系列モデルと同様に、情報基準量の

AIC、SBIC、そして予測的中率で選択する。

表3-2 為替レート2変量 VAR モデルの分析結果

日本の円レートの場合

モデル ^a	RMSE	相関係数	予測的中率
RW	3.781	0.2952	15/22=0.682
VAR23	2.999	-0.0689	11/22=0.5
VAR21 ^b	3.695	0.2913	14/22=0.636

カナダのカナダドルレートの場合

モデル ^a	RMSE	相関係数	予測的中率
RW	4.465	0.0641	14/22=0.636
VAR24	3.963	-0.2518	12/22=0.545
VAR21 ^b	3.771	-0.0304	15/22=0.682

イギリスのポンドレートの場合

モデル ^a	RMSE	相関係数	予測的中率
RW	3.149	0.3158	15/22=0.682
VAR23	2.876	0.0403	15/22=0.682
VAR21 ^b	2.756	0.1152	17/22=0.773

注意: 2変量 VAR モデルでは、相対的物価の推定と予測結果についても、2003年第1四半期への予測から2008年第2四半期への予測まで22回の1期先予測が行われているが、表では、為替レートとかかわる結果のみを記載している。

a VARモデルで、たとえばVAR23の表示は2変量ラグ3モデルを表している。

b 情報量基準 SBIC で選ばれた VAR21 が、予測的中率でも高いため重複をさけるために省かれている。

2変量 VAR モデルでは、為替レートの変化率と相対的物価の変化率が相互に関係を持ちながら、相互のラグ変数を説明変数にして、推定・予測される。表3-2を見ると、円レート、カナダドルレート、そしてポンドレートの RMSE は、いずれの場合においてもランダム・ウォークモデルの RMSE よりも小さい値をとっており、予測誤差の観点からは時系列モデルの良好さが目立つ。ただし実際値と予測値の関係を相関係数の立場から見ると、3カ国の為替レートともランダム・ウォークは明らかに正の自己相関を持つが、VARモデルのほうでは実際値と予測値との関係が負の相関になったり、相関が低かったりしている。予測的中率においては、AIC よりも SBIC の基準で選択されたラグ次数が低い VAR モデルの的中成績がよい。

4. 為替レート時系列モデルによる予測結果の評価

為替レート変数はマクロ経済学の重要な変数であるが、変動相場制以来その変動は大きく、投資と同様にその経済理論的な説明とその推定・予測は大きな困難を伴ってきた。特に為替レート変動は株価変動とよく似た激しい変動を示すことから、研究者の大きな関心を集め、多大な研究努力が傾注されてきたが、その割には誰もが納得する研究結果はなかなか得られなかった。計量経済学上の

急速な展開と進歩がもたらされた割には、満足できる実証分析結果は少ないようである。前節では1次階差によって、為替レートの定常時系列化をはかり、為替レート変化率を対象に時系列モデルで分析してきた。それに基づく予測計算から、本節ではモデルの予測評価を行う。為替レート水準への予測を評価対象とするのではなく、変化率を対象にするため、ここではその変化の方向に対する予測を取り上げる。為替レートのように激しい変動を繰り返す変数は、その水準予測も非常に困難であるが、上がるか下がるかという変化予測も難しい。本節ではその変化予測の当りはずれを二項分布を利用して、予測結果の評価を試みる。

前節では変化予測的中率を取り上げた。その仕組みは簡単で、来期の1期先予測の変化がプラスの数値なのかマイナスの数値なのか、すなわち上がるのか下がるのかを予想のポイントにする。事後的ではあるが、その変化予想が当たっているか外れているかをカウントするわけである。予測された変化の当たり外れのうち変化予想の当たり回数の割合が変化予測的中率である。当たりの回数が多いほど、外れの回数が少ないほどモデルの予測精度は高いと判定する。この当たり外れの評価方法として二項分布からの検定を考える。

変化率は上がればプラス値、下がればマイナス値である、上がるか下がるかのどちらかなのである。さらに実際の変化と予測された変化についても当るか外れるかのどちらかである。予測による当たり外れは二項分布に従うと考えられるので、偶然が前提であれば当る確率 $p = 0.5$ 、外れる確率 $q = 0.5$ と考え、当れば○、外れれば×とする。外れの回数が少ない時系列モデル（逆には当たりの回数が多い方がよいモデルとなる）が予測能力の高いモデルとなる。このような場合は二項検定を行う。2項検定は、2項式から、ある度数（当たりの回数）以上あるいは逆にある度数（外れの回数）以下にその事象が起こる確率を計算する事で、そのような状況が得られる事が珍しいかどうかを判定する検定方法である。ここでの仮説は

帰無仮説：当たり外れに差がない（当たり外れに差がなければ、5分5分である）

対立仮説：当たり外れに差がある（当たりが多く、外れが少ない。逆もありうる）

帰無仮説が真のとき、当たりの確率 $p = 0.5$ 、外れの確率 $q = 0.5$ と等しくなる。モデルの当たり外れに対する予測能力に有意な差があれば、当たりの回数と外れの回数に有意な差が生じることになる。一般的な二項検定の式は次のとおりである。

$$\sum_{x=0}^k {}_n C_x p^x q^{n-x} \leq \alpha, \quad p = 0.5, q = 0.5$$

この仮説検定を有意水準 $\alpha\%$ で行うとすれば、上式を満たす一番大きな k が、帰無仮説を棄却するかどうかのパーセント点になる。たとえば有意水準 $\alpha = 0.05$ なら、外れの回数を k として、 k に等しいか k より小さい場合、有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。表3-1の日本の円レートの場合、ランダム・ウォークの的中率が22回中15回で、外れは7回である。それ以外の時系列モデルでは22回中16回の当たりで外れは6回であった。具体的な当たり外れの様子はその一部が例示として、表4-1に日本の円レートについてまとめられている。それ以外の2変量VARモデルやカナダ、イギリスの場合は表4-3にその結果がまとめられている。

表4-1 日本の円レートに対する1変量時系列モデルの予測の当たり外れ

計算 番号	予測 期	RW	予測 評価	ARMA(2,3)	予測 評価	MA(1)	予測 評価	ARMA(3,3)	予測 評価
		実際値		予測値		予測値		予測値	
	02:4	0.03099							
01	03:1	-0.03380	×	0.00528	×	0.00566	×	-0.00022	○
02	03:2	-0.00320	○	-0.01785	○	-0.01614	○	-0.02065	○
03	03:3	-0.00740	○	-0.00448	○	-0.00599	○	-0.00434	○
04	03:4	-0.07660	○	-0.00333	○	-0.00741	○	-0.00621	○
05	04:1	-0.01550	○	-0.03042	○	-0.03052	○	-0.02446	○
06	04:2	0.02320	×	-0.01088	×	-0.01039	×	-0.00727	×
07	04:3	0.00150	○	0.00668	○	0.00198	○	0.00343	○
08	04:4	-0.03730	×	-0.00709	○	-0.00464	○	0.00177	×
09	05:1	-0.01120	○	-0.01781	○	-0.01755	○	-0.01386	○
10	05:2	0.02760	×	-0.00972	×	-0.00895	×	-0.00719	×
11	05:3	0.03290	○	0.00274	○	0.00402	○	0.00152	○
12	05:4	0.05300	○	0.00295	○	0.00557	○	0.04599	○
13	06:1	-0.00350	×	0.01280	×	0.01313	×	0.01085	×
14	06:2	-0.02130	○	-0.00623	○	-0.00616	○	-0.00468	○
15	06:3	0.01540	×	-0.01528	×	-0.01211	×	-0.01849	×
16	06:4	0.01300	○	0.00263	○	0.00023	○	0.00384	○
17	07:1	0.01450	○	0.00192	○	-0.00048	×	0.00102	○
18	07:2	0.01090	○	0.00273	○	0.00015	○	0.00223	○
19	07:3	-0.02480	×	0.00122	×	-0.00096	○	0.00120	×
20	07:4	-0.04080	○	-0.01582	○	-0.01296	○	-0.01526	○
21	08:1	-0.07210	○	-0.01617	○	-0.01804	○	-0.01526	○
22	08:2	-0.00660	○	-0.02601	○	-0.02891	○	-0.02047	○
相関係数 ^a		0.2952	7	0.2225	6	0.2823	6	0.4269	6
外れ回数 ^b									

注意: 実際の変化と予測された変化が当てはまれば○、外れていれば×が記されている。2003年第1四半期から2008年第2四半期までの22回分の予測結果である。なお、実績値と予測値からRMSEが計算される。他のカナダドルレート、ポンドレートについてもこの表と同様に計算が行われている。

a 実際の変化率の値と予測された変化率の値との相関係数である。ランダム・ウォークモデルの場合は1次の自己相関になる。

b ランダム・ウォークモデルの場合は1期先の変化が継続していれば○、変化が変われば×となる。

本節で二項検定に用いられる22回の予測に対する外れ回数kの具体的な確率計算は次式で行われる。k=0回から1回ずつ増やしながら累積された確率を求める。以下で行う確率計算は、外れ

の回数 k に注目して計算しているため、当たる確率 $p=0.5$ と外れる確率 $q=0.5$ の位置を入れ替えて計算が行われている。

$$\sum_{x=0}^k {}_{22}C_x (0.5)^x (0.5)^{22-x}$$

表4-2 外れ回数とその累積確率
($n=22$ 、外れの回数 k)

k	累積確率
0	2.38419E-07
1	5.48363E-06
2	6.05583E-05
3	0.0004277
4	0.0021717
5	0.008450
6	0.0262393
7	0.0669002
8	0.1431393
9	0.2617335
10	0.4159059

$k=0$ 回から 10 回までの累積確率が表4-2にまとめられている。表4-2より、22回の予測回数で外れ回数 $k=6$ ならば、有意水準5%で有意に外れ回数が少ない。外れ回数が $k=7$ ならば有意水準10%で有意に外れ回数が少ないことになり、有意水準5%・10%で帰無仮説を棄却することになり、偶然を超える変化予測に成功したことになる。外れ回数 $k=8$ 以上ならば帰無仮説を棄却できず、モデルの変化予測に有意な差を見出せないことになる。

ここで改めて、表3-1、表3-2の中にある予測的中率に注目すれば、1変量為替レート時系列モデルと2変量為替レートVARモデルに対する予測評価を

3カ国のすべての時系列モデルについて表4-2を利用することによって仮説検定できることがわかる。その結果は表4-3にまとめられている。

表4-3 3カ国の為替レート時系列モデルの変化予測の検定結果

円レートの場合			カナダドルレート場合			ポンドレートの場合		
モデル	k	検定結果	モデル	k	検定結果	モデル	k	検定結果
RW	7	10%で有意	RW	8	有意性なし	RW	7	10%で有意
ARMA(2,3)	6	5%で有意	ARMA(3,3)	6	5%で有意	ARMA(3,2)	10	有意性なし
MA(1)	6	5%で有意	MA(3)	7	10%で有意	MA(1)	8	有意性なし
ARMA(3,3)	6	5%で有意	ARMA(2,1)	6	5%で有意	ARMA(1,2)	6	5%で有意
VAR23	11	有意性なし	VAR24	10	有意性なし	VAR23	7	10%で有意
VAR21	8	有意性なし	VAR21	7	10%で有意	VAR21	5	1%で有意

注意:kは22回の予測回数の中で変化予測が外れた回数。

表4-3によると、ランダム・ウォーク・モデルを除く15種類の時系列モデルのなかで、10のモデルが有意水準10%以上で有意な予測力を発揮したことになる。このような検定結果から判断すると時系列モデルによる為替レート予測はかなり良好といえよう。更なる工夫・改善によって時系列モデルの有用性をさらに高められるように思われる。また表のランダム・ウォーク・モデルにつ

いても円レート、ポンドレートでは有意水準10%で有意な予測能力を示しており、このモデルの有用性についても否定することができない結果であった。

5. 結語

為替レート変数は第2節でも見てきたように、ポンドレート以外は非定常時系列である。ポンドレートも単位根を持つドリフトなしのランダム・ウォーク系列に近い動きをしている。ランダム・ウォーク系列は、その動きが誤差項 — 現実の時系列データの変化がどこまでホワイト・ノイズに近いかは分からない — の累積で成り立つ時系列特性も持っているため、水準で観察すれば大きな変動を示す場合が多い。大きな変動を示すということはその変化がある期間継続することを意味する。すなわち、2・3期にわたってプラスの変化が続いたり、またはマイナスの変化が続くということである。それは図1-1, 1-2, 1-3のそれぞれにおける為替レート水準の継続的变化を示す動きと、その変化率が変化率ゼロ軸を基準に変動する様子を観察すればその認識が深まる。また表1における為替レート変化率の1次の自己相関がいずれも有意水準5%で有意な相関係数を示していることから確認できる。その意味では変化に対してもランダム・ウォークはある程度当てはまるし、変化方向が継続するならば、ランダム・ウォークは変化予想に対しても力を発揮することになる。

本稿の目的はランダム・ウォークを超える予測能力が時系列モデルにあるかどうかという、メーシーとロゴフ(1983)以来のテーマに挑戦するものである。本稿の実証分析結果からすれば、1変量為替レート時系列モデルも、2変量為替レートVARモデルも、RMSEではかなり良好な結果を示していたし、変化を予測する分析結果でも予想を上回る良好な結果を示したといえよう。その意味では時系列モデルは変動の激しい為替レートに対しても有用性を発揮することがある程度示されたといえよう。特に長期予測でなく1期先予測という短期予測において、ランダム・ウォークと同等以上の成績を示せたことは大きな成果である。

後に残る課題としては、為替レートを含む多変量自己回帰モデルの拡張である。2変量から構造為替レートモデルで説明変数として使われている相対的所得、相対的貨幣供給、金利差等の変数を加えたVARモデルでの分析である。また今回の分析で用いた相対的物価は購買力平価との関係が深いので、2変量VARモデルを分析対象にしたが、多変量になれば相互の影響関係が推定や予測に反映されるので、興味深い実証研究となろう。

データソースについて

本稿の実証分析で用いられているデータは、IMF(国際通貨基金)のIFS(国際金融統計)のCD-DOMから入手している。データは四半期データで、1973年第1四半期から2009年第4四半期までの範囲を用いている。為替レートについては、期平均でコードは112..RF.ZF...、156..RF.ZF...、158..RF.ZF...である。物価指数は生産者物価指数を期平均で用いており、そのコードは11163...ZF...、11263...ZF...、15663...ZF...、15863...ZF...である。先頭の3桁数字は国コードでアメリカ、イギリス、カナダ、そして日本である。

参考文献

- グレンジャー, C.W.J. 著、細谷雄三 訳、2009、「経済モデルは何の役に立つのか」、牧野書店。
- 橋本次郎、1980、「マネタリー・アプローチによる為替レート決定理論の実証分析 — 対ドル・円レートについて」、創価経済論集、第10巻、第1号、pp. 69-84.
- ピーター・アイザード 著、須齋正幸／高屋定美／秋山 優 訳、2001「為替レート経済学」、東洋経済新報社。「Exchange Rates Economics」、Peter Isard、1995、Cambridge University Press 。
- 山本 拓 著、1988、「経済の時系列分析」、創文社。
- 郵政省 郵政研究所、2000、「為替レートの決定メカニズム及び予測の理論に関する調査研究」報告書、平成12年7月。
- Bison, J. F. O. ,1978, "Rational Expectations and the Exchange Rate," in Jacob A. Frenkel and Harry G. Johnson, eds., The economics of exchange rates: Selected studies. Reading, MA: Addison-Wesley pp. 75-96.
- Dickey, D.A. and W. A. Fuller, 1979, "Distribution of the Estimation for Autoregressive Time Series with a Unit Root." Journal of the American Statistical Association. Vol 74, pp. 427-31.
- Dornbusch, R., 1976, "Expectations and Exchange Rate Dynamics." Journal of Political Economy, December, 84(6), pp. 1161-76.
- Frankel, J. A., 1979, "On the Mark: A Theory of Floating Exchange Rates Based on Real Interest Differentials." American Economic Review, September, 69(4), pp. 610-22.
- Frenkel, J. A., 1976, "A Monetary Approach to the Exchange Rate: Doctrinal Aspects and Empirical Evidence." Scandinavian Journal of Economics, May, 78(2), pp. 200-24.
- Granger, C.W.J and P. Newbold,1974,"Spurious regressions in econometrics", Journal of Econometrics,2,111-120.
- Hooper, P. and J. E. Morton. 1982, "Fluctuations in the Dollar: A model of Nominal and Real Exchange Rate Determination," Journal of International Money and Finance 1, 39-56.
- Meese, R. and K. Rogoff, 1983, "Empirical Exchange Rate Models of the 1970's: Do They Fit Out of Sample?" Journal of International Economics, February, 14(1/2), pp. 3-24.
- Neely, C.J. and L. Sarno, 2002, "How Well Do Monetary Fundamentals Forecast Exchange Rates?", Federal Reserve Bank of St. Louis Review, 84, pp.51-74.