

成長経済における安定化政策

石橋 一雄

はじめに

スタイン＝ナガタニは、論文「成長経済における安定化政策」において、誘導政策を支柱とする一次式の安定化政策を考察している。そこでは、3つのコントロール変数が想定されている。貨幣供給の成長率(μ)、利子を生まない証券と利子を生む証券との和に等しい資産の名目価値の成長率(α)、および名目利率(r)との3変数が、これである。いずれの場合にも、現実の物価上昇率の増減がコントロール変数を変化させる。ケインズ＝ウィクセル派貨幣的成長モデルが、スタイン＝ナガタニ分析の舞台を構成している。

スタイン＝ナガタニ・モデルのもつ主要な帰結は、以下のとおり。

- (1) 政策の最善の組み合わせは、利子を生む証券と利子を生まない証券との和に等しい資産Aの名目価値の成長率に関する誘導政策(以下、これを「資産Aの成長率の誘導政策」と呼ぶ)と、「名目利率の誘導政策」である。この場合、調整係数 q_1 、 α_1 は、いずれも大きい数値をとることになる。物価上昇率の変化は、資産Aの成長率の変化に対して反対方向に作用し、名目利率の変化に対しては、同一方向に作用する。調整係数 α_1 の大きい値は、体系の安定性を保証する。安定した体系の下では、調整係数 α_1 の大きい数値は、物価上昇率の均衡値を下落させる。
- (2) 仮に、ある恣意的な理由で、貨幣供給の成長率がコントロール変数となるならば、それは、物価上昇率と可逆的な関係をもつことになる。この場合、調整係数 q_2 の大きさは、体系の安定性に影響を及ぼすことができない。

この論文は、二様の目的で叙述されている。第1の目的は、スタイン＝ナガタニによって提唱された資産Aの成長率の誘導政策、利率の誘導政策、貨幣供給の成長率の誘導政策が体系の安定性に及ぼす効果を忠実に跡づけることである。次いで、スタイン＝ナガタニの提示したワルラス法則に修正を加えることにより、貨幣供給の成長率の誘導政策が、体系の安定性を保証することになる。これが、第2の目的である。

スタイン＝ナガタニ・モデルにおける利率誘導政策

1 基本モデルの構築

当面の主題を検討するのに必要なモデルを以下のように構築する。

- (1) $y = f(x)$ $f' > 0, f'' < 0$
- (2) $R = r(x)$ $r' > 0$
- (3) $S/K = S(x, z)$
- (4) $I/K = n + r(x) + \dots$
- (5) $\dots = [I/K - S/K]$
- (6) $L = L[r(x) + \dots, r(x) + \dots, z]$

$$(7) \quad \dot{v} = h[v - L]$$

$$(8) \quad \dot{r} = \zeta(r - r^e) \quad \zeta > 0$$

$$(9) \quad \dot{K}/K = aI/K + (1 - a)S/K$$

$$(10) \quad \dot{x}/x = n - K/K$$

$$(11) \quad \dot{z}/z = \alpha - K/K$$

$$(12) \quad \dot{p} = \rho + q_1$$

$$(13) \quad \dot{\alpha} = \alpha_0 - \alpha_1$$

ここで、記号の意味は以下のとおり。Y = 産出量, K = 資本ストック, $y = Y/K$ = 資本1単位当たりの産出量, x = 労働集約度, R = 利潤率, S = 計画貯蓄, I = 計画投資, S/K = 資本1単位当たりの計画貯蓄, I/K = 資本1単位当たりの計画投資, $v = M/pK$ = 資本1単位当たりの実質貨幣残高, $L = M^d/pK$ = 資本1単位当たりの実質貨幣残高に対する需要, M = 名目貨幣供給, M^d = 名目貨幣需要, p = 物価水準, \dot{p}/p = 物価上昇率, \dot{r}/r = 期待物価上昇率, ζ = 財貨市場の反応係数, h = 貨幣市場の反応係数, a = 市場の調整係数, A = 資産 (= 総債権の名目価値), $z = A/pK$ = 資本1単位当たりの資産の実質価値, $f - xf$ = 資本の限界生産物, $\alpha = \dot{A}/A$ = 資産の成長率。

各式の意味は以下のとおり。(1)式は代替的生産関数を示す。x = N/K = 労働集約度, N = 雇用量。

(2)式は企業の利潤最大化の条件を示す。

(3)式は独立した貯蓄関数を示す。(4)式は独立した投資関数を示す。期待名目利潤率 $r(x) + \dot{r}/r$ と名目利率 \dot{p}/p との差額がプラスである限り、投資活動は増大することになる。

(5)式は物価変動方程式を示す。この式はケインズ=ウィクセル派貨幣的成長モデルの特徴の一つである。インフレ状態においては、消費者の欲求と生産者の欲求は、仮に財貨市場において瞬時に調整されないかぎり、完全に充足されることはない。財貨の超過需要がゼロであれば、財貨市場は均衡状態にある。そこでは、消費者の欲求も生産者の欲求も充足されることになる。この定式化においては、物価上昇率は財貨の超過需要の同時的存在を意味する。 \dot{p}/p が無限大であるときには、財貨市場の不均衡は、可及的速やかな物価変動をもたらす。これは計画投資と計画貯蓄とが均等していることを意味する。この考え方は、新古典派成長モデルの基礎になっている。

(6)式は貨幣需要関数を示す式である。

(7)式は、ワルラス法則を示す式である。資本1単位当たりの実質貨幣残高の需給はストック変数であり、消費、投資および貯蓄は、フロー変数である。このことから、フロー変数としての実質貨幣残高の超過供給は、ストック変数としての実質貨幣残高の超過供給に比例的であらねばならない。係数hは度合の指標を示す。(7)式において、 $\dot{v} = L$ が成立し、瞬時に均衡するならば、物価水準は変化しないことになる。この脈絡に関して、トービン(J. J. Tobin)は以下のように叙述している。「ポートフォリオ均衡は価格安定に関する必要・十分条件である。」仮にvが望ましい実質貨幣残高需要Lを上回るならば、この差額はより大きな財貨需要の大きさに反映される。これは物価水準に対して上昇圧力を及ぼす。

(8)式は価格期待関数を示す式である。期待は過去の経験に基づいている。

(9)式は資本形成率を示す式である。新古典派の世界では、現実の資本蓄積は、生産と計画消費との差額に等しい。したがって、投資関数は、資本財の成長率を決定するさいには、無関係となる。なぜならば、計画投資と計画貯蓄が均等するからである。

これに対して、ケインズ=ウィクセル派モデルにおいては、財貨の総需要が生産能力を上回るならば、現実の資本財がどのように決定されるかという問題が発生する。現実の資本財の成長率を確定するに際して重要なことは、計画貯蓄がどのくらいの大きさで、また計画投資がどのくらいの大きさで関与してくるかということである。スタイン(J. L. Stein)は、この舞台に関して、急場の解決策(a deus ex machina)の立場を採用している。インフレ期においては、資本1単位当たりの現実の資本財の成長率は、計画投資と計画貯蓄との一次結合であるという考え方を、スタイン教授が採用している。この世界では、 $I > \dot{K} > S$ の状態が成立する。インフレ期においては、 $1 > a > 0$ の関係が成立する。

(9)式と(5)式を結合すると、以下の関係式が求められる。

$$(9a) \quad \dot{K}/K = a / + S/K > 0 \text{ の場合, } 1 > a > 0$$

$a /$ の項目は強制貯蓄を示す。これは、インフレ期において、事後的消費支出が計画消費支出よりも小さくなることから、発生する。この考え方は、ウィクセル(K. Wicksell)が提示した考え方である。

(10)式は、労働集約度の成長率を示す式である。

(11)式は、資本1単位当たりの資産の成長率を示す式である。資産Aは、外部貨幣Mと政府証券Bとの合計に等しい。 $A = M + B$ 。zは資本1単位当たりの実質資産の大きさを示す。

(12)式は、名目利子率に関する誘導政策を示す式である。 i_0 は、目標利子率を示す。貨幣当局は、名目利子率 i が物価上昇率の上昇(下落)に対応して、調整係数 q_1 だけ引き上げる(引き下げる)ように、公開市場操作に専念する。この脈絡に関して、スタイン教授は、論文「成長経済における安定化政策」において、以下のように述べている。「物価水準が安定的であれば、決定される名目利子率は i_0 となる。この政策は、ラグなしに実施される。」しかし、そこには、2つのラグがある。計画投資は名目利子率と資本の限界生産物を瞬時に均等させるだけの十分なものではない。これが第1のラグである。物価変動方程式において、 $1/$ の項目は、財の超過需要と物価上昇率との間のラグを示す。つまり、市場は瞬時に清算されることはない。これが第2のラグである。

(13)式は、資産の成長率に関する誘導政策式である。この式において、仮に物価が安定的であれば($\dot{P} = 0$)、資産の名目価値は α_0 の大きさで成長する。 $\alpha = \dot{A}/A = \alpha_0$ が成立する。望ましい利子率は i_0 となる。インフレ期においては、名目利子率は騰貴する。Aの成長率は、下落する。明確に言えば、財貨の超過需要状態においては、 α は α_0 を下回る。逆に、デフレ状態においては、 α は α_0 を凌駕する。

2 IS・FM曲線

長期的成長モデルの架け橋を検討することがこの節の主要な課題である。それは、IS曲線とFM曲線で構成される。(5)式に、(8)式、(3)式、(4)式を代入すると、以下の式が求められる。

$$(14) \quad / = n + r(x) + j() - - S(x, z)$$

上式はIS曲線を示す。この式を で微分すると、以下の式が求められる。

$$(15) \quad d / d = - 1/ + j()$$

右辺の第2項を無視すると、 d / d の符号はマイナスとなる。IS曲線は右下がりとなる。

順次, (7)式に, (6)式, (8)式を代入すると, 以下の式が求められる。

$$(16) \quad \frac{d}{dt} \ln h = v - \frac{1}{L_3} \left[\frac{d}{dt} \ln(x) + \frac{d}{dt} \ln(z) + \frac{d}{dt} \ln(L_2/L_3) \right]$$

上式はFM曲線を示す。上式を $\frac{d}{dt}$ で微分すると, 以下の式が求められる。

$$(17) \quad \frac{d}{dt} \ln h = \left[-\frac{1}{L_3} \left(\frac{d}{dt} \ln(x) + \frac{d}{dt} \ln(z) + \frac{d}{dt} \ln(L_2/L_3) \right) \right]$$

上式の右辺の第2項を無視すると, $\frac{d}{dt} \ln h$ の符号は正となる。

IS曲線は, x, z, h を所与として, 名目利率と物価上昇率との組み合わせの軌跡を表明する。この曲線の上では, 資本1単位当たりの財貨の超過需要額がコンスタントに留まる。

FM曲線は, 財貨の超過需要が実質貨幣残高の超過供給に等しいもとの, 名目利率と物価上昇率との組み合わせの軌跡を表明する。このFM曲線はワルラス法則を示す。

(14)式と(16)式に基づいて, 物価上昇率と名目利率は, いまや長期タームの問題の架け橋として, 以下のように表明される。

$$(18) \quad h = h(x, z)$$

$$(19) \quad \frac{d}{dt} \ln h = \frac{d}{dt} \ln h(x, z)$$

3 長期的成長モデル

当面の主題を吟味するために必要とされるモデルは, 以下のとおり。

$$(5) \quad \dot{K}/K = [I/K - S/K]$$

$$(3) \quad S/K = S(x, z)$$

$$(9) \quad \dot{K}/K = aI/K + (1-a)S/K$$

$$(10) \quad \dot{x}/x = n - \dot{K}/K$$

$$(11) \quad \dot{z}/z = \alpha - \dot{K}/K$$

$$(13) \quad \alpha = \alpha_0 - \alpha_1$$

$$(18) \quad h = h(x, z)$$

順次, (9)式に(5)式, (3)式を代入すると, 以下の式が求められる。

$$(9a) \quad \dot{K}/K = a \left[\frac{I}{K} - S(x, z) \right]$$

上式において, 右辺の第1項は, 強制貯蓄を示す。 $\frac{d}{dt} \ln h > 0$ ならば, $a > 0$ 。 $\frac{d}{dt} \ln h < 0$ ならば, $a < 0$ 。

(10)式に, (9a)式, (18)式を代入すると, 以下の式が求められる。

$$(20) \quad \dot{x}/x = n - (a/ \dots) (x, z) - S(x, z) = F(x, z)$$

(11)式に, (13)式, (9a)式, (18)式を代入すると, 以下の式が求められる。

$$(21) \quad \dot{z}/z = \alpha_0 - (1 + \alpha_1 + a/ \dots) (x, z) - S(x, z) = H(x, z)$$

(20)式と(21)式の微分方程式は, どの時点においても短期均衡が存在するという仮定のもとで, 長期における均衡体系の動きを叙述している。

順次, 体系の長期的恒常成長状態を, $\dot{x} = \dot{z} = 0$ で定義するならば, 以下の関係式が求められる。

$$(22) \quad 0 = F(x^*, z^*)$$

$$(23) \quad 0 = H(x^*, z^*)$$

$$(24) \quad \left(\frac{\dot{K}}{K} \right)^* = n$$

$$(25) \quad \left(\frac{\dot{K}}{K} \right)^* = \left(\frac{\dot{N}}{N} \right)^* = \left(\frac{\dot{Y}}{Y} \right)^* = n$$

$$(26) \quad \alpha^* = \alpha_0 - n$$

$$(27) \quad \pi^* = (\alpha_0 - n) / (1 + \alpha_1)$$

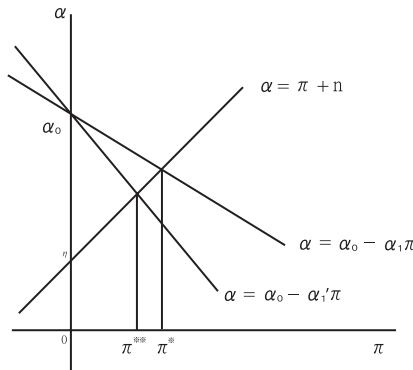
(22)式と(23)式は、 $F(x^*, z^*) = 0$ 、 $H(x^*, z^*) = 0$ となる場合に、体系の均衡解が求められることを表明する。均衡状態においては、 x 、 z はともにコンスタントに留まる。

(26)式は、物価上昇率が長期的恒常成長状態においては、コンスタントに留まることを意味している。

(27)式の説明は、(13)式の助けを借りて、図1を用いると旨く説明される。(26)式において、 A の成長率は、 $\alpha = \pi + n$ となる。 α 曲線は縦軸上の切片部分が n であり、この傾斜は1であるような直線によって描かれている。他方、資産の成長率の誘導政策式($\alpha = \alpha_0 - \alpha_1 \pi$)は、右下がりの曲線で示される。 A の成長率は、物価上昇率と負の関係をもつことになる。財貨の超過需要がゼロであれば、 $\pi = 0$ 。つまり、経済システムが安定期にはいれば、 $\alpha = \alpha_0$ となる。このような状況においては、 A の成長率は A の目標成長率 α_0 に等しい。また、 π が正であれば、 $\alpha < \alpha_0$ となる。つまり、インフレ期においては、資産 A の成長率は A の目標成長率を下回る。反対に、財貨の超過供給においては、 $\pi < 0$ となる。(13)式において $\pi < 0$ ならば、 $\alpha > \alpha_0$ となる。つまり、デフレにおいては、 A の成長率は A の目標成長率を凌駕する。

ところで、 A の目標成長率 α_0 をコンスタントとして、貨幣当局が調整係数 α_1 の値を大きく選択するならば、何が惹起するのであろうか。(27)式から判明するように、均衡物価上昇率の値は α_1 が大きければ大きいほど、減少することになる。この状況は図1によって示される。仮に貨幣当局が調整係数 α_1 を α_1 に増大させるならば、そのとき均衡物価上昇率は π^* から π^{**} に下落することになる。この脈絡に関して、スタイン=ナガタ二教授は、以下のように叙述している。「調整係数 α_1 が大きくなれば、大きいほど、物価上昇率はますます小さくなる。」

図1 調整係数の効果



4 体系の安定性の吟味

このモデルの均衡解の局所的安定性に眼をむけよう。議論の出発点となる体系を再掲すると、以下ようになる。

$$(20) \quad \dot{x}/x = n - (a/\dots) (x, z) - S(x, z) = F(x, z)$$

$$(21) \quad \dot{z}/z = \alpha_0 - (1 + \alpha_1 + a/\dots) (x, z) - S(x, z) = H(x, z)$$

この体系の安定性を吟味するに際して、幾つかの方法が見出される。最もお馴染みの方法は、リヤプノフ法(Liapunov method)である。そこにおいては、非線形体系の均衡点 (x^*, z^*) の局

所的安定性，漸近安定は，非線形の第1次接近法，あるいは，非線形体系の線形化を通して，検討される。

いま，非線形体系を以下のように与えることにしよう。

$$\begin{aligned}\dot{x} &= xR(x, z) \\ \dot{z} &= zH(x, z)\end{aligned}$$

ここでは， $R(\cdot)$ 、 $H(\cdot)$ は，連続的に微分可能である。また， $x_1 = x - x^*$ は， x とその x の均衡値からの偏差として定義される。 $x_2 = z - z^*$ は， z とその z の均衡値からの偏差 (deviation) として定義される。このとき，上述の非線形体系を x^* ， z^* を中心として，テイラー展開し，2次以上の項目を無視すると，以下の関係式が求められる。

$$(28) \quad \dot{x}_1 = x^*F_1x_1 + x^*F_2x_2$$

$$(29) \quad \dot{x}_2 = z^*H_1x_1 + z^*H_2x_2$$

順次，上の関係式を以下のように書き改める。

$$(30) \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xF_1 & xF_2 \\ zH_1 & zH_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$(31) \quad J = \begin{bmatrix} xF_1 & xF_2 \\ zH_1 & zH_2 \end{bmatrix}$$

この場合， F_1 ， F_2 は，(20)式を恒常成長状態のもとで， x ， z に関してそれぞれ微分することによって求められた偏微係数である。

$$(32) \quad F_1 = -(a/\)_x - S_x$$

$$(33) \quad F_2 = -(a/\)_z - S_z$$

同様に， H_1 ， H_2 は，(21)式を恒常成長状態の近傍で x ， z に関してそれぞれ，微分することによって求められた偏微係数である。

$$(34) \quad H_1 = -(1 + \alpha_1 + a/\)_x - S_x$$

$$(35) \quad H_2 = -(1 + \alpha_1 + a/\)_z - S_z$$

いま，この体系の特性方程式は，以下の式によって与えられる。

$$(36) \quad |J - \lambda I| = \begin{vmatrix} xF_1 & xF_2 \\ zH_1 & zH_2 \end{vmatrix} - \lambda \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(37) \quad \lambda^2 - (xF_1 + zH_2)\lambda + xz(F_1H_2 - F_2H_1) = 0$$

(28)式と(29)式で構成される体系の一般解は，以下のとおり。

$$x_1 = c_1 \gamma_1 e^{-\gamma_1 t} + c_2 \gamma_2 e^{-\gamma_2 t}$$

$$x_2 = c_1 \gamma_1 e^{-\gamma_1 t} + c_2 \gamma_2 e^{-\gamma_2 t}$$

特性根 λ は，以下の式で与えられる。

$$\lambda_1, \lambda_2 = 1/2 \{ (xF_1 + zH_2) \pm \sqrt{(xF_1 + zH_2)^2 - 4(F_1H_2 - F_2H_1) xz} \}$$

固有値 (eigenvalue) の和は, マトリックスのトレース (trace) に等しい。

$$(38) \text{ trace } J = xF_1 + zH_2$$

固有値の積は, マトリックスJの行列式に等しい。

$$(39) \det J = x\alpha(F_1H_2 - F_2H_1)$$

したがって, (i) $\text{trace } J < 0$, かつ $\det J > 0$ ならば, の実数部分がすべて負になるので, 体系は小域的に安定的である。(ii) $\text{trace } J > 0$ かつ $\det J > 0$ ならば, の実数部分がすべて正になるので, 体系は小域的に完全不安定となる。

かくして, (38)式と(39)式の線形体系が漸近安定 (asymptotically stable) となるための必要かつ, 十分条件は, 以下の不等式が充足されねばならない。

$$(40) \text{ trace } J = \lambda_1 + \lambda_2 = xF_1 + zH_2 < 0$$

$$(41) \det J = |J| = \lambda_1 \cdot \lambda_2 = x\alpha(F_1H_2 - F_2H_1) > 0$$

(41)式に, (32)式, (33)式, (34)式, (35)式を代入すると, 以下の関係式が求められる。

$$(42) \det J = |J| = x\alpha(1 + \alpha_1)(\lambda_z S_x - \lambda_x S_z) > 0$$

ところで, $\lambda_z = d/dz$ の符号と $\lambda_x = d/dx$ の符号を検討する。

ケース (i) λ_z の符号

(5)式に(3)式, (8)式, (12)式を代入すると, 以下の式が求められる。

$$(43) \lambda_z = n + r(x) + j(\lambda_x) - q_1 - S(x, z)$$

上式をzで微分すると, 以下の関係式が求められる。

$$(44) \lambda_z = d/dz = (-S_z)(1/\lambda_x + q_1 - j')$$

資産の増加は消費の増加を造出する。 $S_z < 0$ 。(44)式の右辺の分母が正であれば, λ_z は, 正となる。分母 $(1/\lambda_x + q_1 - j')$ が正になるためには, 以下の式が成立しなければならない。

$$(45) q_1 > j' - 1/\lambda_x$$

利率誘導政策式 ($\lambda_x = r + q_1$) の調整係数 q_1 が大きい数値を示すならば, (44)式の右辺の分母が正となる。かくして, 調整係数 q_1 が十分に大きく選択されるということが, λ_z がプラスになることを保証することになる。

ケース (ii) λ_x の符号

(43)式をxで微分すると, 以下の関係式が求められる。

$$(46) \lambda_x = d/dx = (r' - S_x)(1/\lambda_z + q_1 - j')$$

上式において, $r' > 0, S_x > 0$ 。計画投資が計画貯蓄を凌駕するならば, $r' - S_x$ は正となる。(45)式が成立すると仮定すれば, (46)式の分母は正となる。かくして, λ_x は正となる。

議論を元に戻そう。上の議論から, (42)式の符号は明確になる。 $\lambda_z > 0, \lambda_x > 0, S_x > 0, S_z < 0$ 。このことから, $\det J = |J|$ の符号はプラスとなる。この脈絡に関して, スタイン = ナガタニ教授は, 以下のように叙述している。「利率誘導政策式と, 資産Aの成長率政策が, 極めて強力に実施されるならば, 体系の安定性は保証される。調整係数 q_1 の大きい値は, λ_z が正となることを保証する。 $r' > 0, S_x > 0$, それ故に, $|J|$ は正となる。」

順次, (40)式に, (32)式, (35)式を代入すると, 以下の関係式が求められる。

$$(47) \text{ trace } J = xF_1 + zH_2 = -\{(a/\lambda_x) + S_x\}x + \{-(1 + \alpha_1 + a/\lambda_z)z - S_z\}z < 0$$

上式において, 右辺の第1項は負である。第2項は, 資産Aの成長率誘導政策が強力におこな

われるならばマイナスとなる。かくして、 $\text{trace } J$ は負となる。このことから、(40)式と(41)式は同時に充足されることになる。 $\text{trace } J < 0$ 、かつ、 $\det J > 0$ は、特性根の実数部分は、すべて負となる。この場合、体系は小域的に安定的となる。

成長経済における安定化政策の批判

1 修正されたワルラス法則

スタイン＝ナガタニによれば、ワルラス法則は(7)式により、 $\dot{v} = h[v - L(\cdot)]$ の関係式で示される。この式の右辺は、実質貨幣残高に関するフロー超過供給を示す。この実質貨幣残高のフロー超過供給の定義は、不完全なものであるといえよう。この論拠に関して、スタイン＝ナガタニは、実質貨幣残高に関する負の超過需要を勘案していると思われる。かれらは、実質貨幣残高のフロー供給の取り扱いを無視したともいえる。このことは、スタイン＝ナガタニの世界においては、貨幣供給の成長率が貨幣市場に対して直接に及ぼす影響を旨く説明できていないことを意味する。

ここで、マッカイ (K. Mackay) 教授が提示した接近法に依拠して、われわれは、資本1単位当たりの実質貨幣残高に対するフロー供給を以下のように定義することにする。

$$(48) \quad \dot{M}^s/pK = (\dot{M}^s/M^s - \mu) M^s/pK = \mu v$$

ただし、 $\mu = \dot{M}^s/M^s$ 、 $v = M^s/pK$ 。 μ = 貨幣供給の成長率、 v = 資本1単位当たりの実質貨幣残高。 \dot{M}^s = 貨幣供給量の変化分。

順次、資本1単位当たりの実質貨幣残高に対するフロー需要は、実質貨幣残高に関する超過ストック需要に正比例的であると想定する。

$$(49) \quad D^m = h[L - v] \quad 0 < h < 1$$

ただし、 D^m = 資本1単位当たりの実質貨幣残高に対する需要。現在の定式化のもとでは、 $h[v - L(\cdot)]$ は、実質貨幣残高のフロー超過供給を示すものではなく、実質貨幣残高に対する負のフロー需要を表明する。

順次、資本1単位当たりの実質貨幣残高のフロー超過供給は、実質貨幣残高のフロー供給から実質貨幣残高のフロー需要を差し引いたものに等しい。この場合、上の二つの式から、資本1単位当たりの実質貨幣残高のフロー超過供給は、以下の関係式で表明される。

$$(50) \quad (\dot{M}^s/pK - D^m) = \dot{M}^s/pK - h[L - v] = \mu v + h[v - L]$$

ところで、ワルラス法則は、「財貨のフロー超過需要」 + 「実質貨幣残高のフロー超過需要」 + 「証券のフロー超過需要」式で示される。これを定式化すれば以下のとおり。

$$(51) \quad (I - S)K + (D^m - \dot{M}^s/pK) + (D^B - \dot{B}/pK) = 0$$

この場合、 D^B = 資本1単位当たりの実質証券のフロー需要、 \dot{B}/pK = 資本1単位当たりの実質証券のフローの供給。 D^B を担う主体は、民間部門であり、 \dot{B}/pK を担う主体は政府である。

いま、資本1単位当たりの実質証券のフロー超過需要がゼロとなるように、名目利税率 i が瞬時に調整されるものと仮定しよう。すなわち、

$$(52) \quad D^B - \dot{B}/pK = 0$$

である。上式を(51)式に代入し、(7)式を勘案すると、以下の関係式が求められる。

$$(53) \quad \dot{v} = \dot{M}^s/pK - D^m$$

上式に(50)式を代入すると、以下の式が求められる。

$$(54) \quad \dot{v} = \mu v + h[v - L]$$

これを「修正されたワルラス法則」と呼ぼう。

2 実質貨幣残高のフロー供給の指定

スタイン＝ナガタニ・モデルに代わる修正されたモデル体系は、以下の関係式で与えられる。すなわち、

$$(1) \quad y = f(x)$$

$$(2) \quad R = r(x)$$

$$(3a) \quad S/K = S(x, v + \dots)$$

$$(4) \quad I/K = n + r(x) + \dots$$

$$(5) \quad \dots = [I/K - S/K]$$

$$(6a) \quad L = L[f(x) + \dots, r(x) + \dots, v + \dots]$$

$$(54) \quad \dot{v} = \mu v + h[v - L]$$

$$(8) \quad \dots = f(\dots)$$

$$(5b) \quad \mu v = \alpha(v + \dots) - \dots$$

$$(9) \quad \dot{K}/K = aI/K + (1 - a)S/K$$

$$(10) \quad \dot{x}/x = n - \dot{K}/K$$

$$(11) \quad \dot{z}/z = \alpha - \dots - \dot{K}/K$$

$$(13) \quad \alpha = \alpha_0 - \alpha_1$$

$$(12) \quad \dots = \dots + q_1$$

上式において、留意すべき点は(5b)式が新しく追加されているという点である。この式は資本1単位当たりの実質貨幣残高のフロー供給を示す式である。スタイン＝ナガタニは、資本1単位当たりの実質貨幣残高のフロー供給については明確な定義を与えてはいない。また、計画貯蓄は、労働集約度 x と、資本1単位当たりの外部貨幣(H/pK)および、資本1単位当たりの実質政府証券(B/pK)に依存する。これを示したものが、(3a)式である。

既に見たように、スタイン＝ナガタニによって展開された体系の安定性は、利子率誘導政策の枠組みでは、論理的には旨く確保される。つまり、調整係数 α_1 と q_1 が共に大きく採択されることにより、体系の安定性が確保できることになる。実質貨幣残高のフロー超過供給が(7)式によって定義されているが、これは欠陥のある指定である。このように実質貨幣残高のフロー超過供給の取り扱いが不完全であるにも拘わらず、スタイン＝ナガタニ・モデルが展開した体系の安定性は確保される。なぜならば、スタイン＝ナガタニは、実質貨幣残高のフロー供給を無視し、これに代わって証券市場の取り扱いを勘案しているからである。スタイン＝ナガタニは限定された形で名目利子率を(12)式を指定することにより証券市場を舞台に登場させている。

しかしながら、証券市場においては、一体、何が惹起しているのだろうか。貨幣当局が実際に名目利子率を利子率誘導政策を示す $\dots + q_1$ の関係式でセットとするインプリケーションは、一体、何を物語るのか。この問いには、二つの接近法が見出される。第1に、資本1単位当たりの実質証券のフロー需要 D^B に関する関数式を明示的に定式化するという接近法である。

この関数式の中に、利子率誘導政策(12式)を注入し、次いで、この関数式を資本1単位当たりの実質証券のフロー超過需要=ゼロで示される(52式)に代入する。これにより、われわれは望ましい利子率を設定するために必要とされる「公開市場操作 (\dot{B}^{omo}/pK) 」を解決することができる。 \dot{B}^{omo}/pK = 公開市場操作に基づく資本1単位当たりの実質証券の変化分。スタイン=ナガタニは、この証券のフロー超過需要 $(D^e - \dot{B}/pK)$ 式を明示的に議論しなかった。このことから、この第1の接近法は、最善のアプローチにはなりえない。ここに、第2の接近法の求められることになる。

スタイン=ナガタニ・モデルにおいては、資本1単位当たりの実質証券の変化額 \dot{B}/pK の指定化が全くなされてはいない。この \dot{B}/pK は公開市場操作で貨幣当局が利子率誘導政策を経由して望ましい利子率を設定するうえで不可欠なものである。この \dot{B}/pK は、ワルラス法則と深い係わりをもっている。ワルラス法則は $(I - S)K + (D^m - \dot{M}/pK) + (D^e - \dot{B}/pK) = 0$ で示される。

スタイン=ナガタニ・モデルの定式化においては、望ましい名目利子率を確定するのに必要とされる \dot{B}/pK は、財貨のフロー超過需要、または実質貨幣残高のフロー超過需要に関する方程式に関係していないのである。

しかしながら、修正されたモデルにおいては、利子率誘導政策 $(r_0 + q_1)$ を充足するためには、貨幣当局が \dot{B}/pK の大きさをいかに旨く選択すべきかという側面の効果が実質貨幣残高のフロー超過供給に関する式に反映されることになる。

より明確に言えば、貨幣当局は、資産Aの成長率に関する誘導政策 $(\alpha = \alpha_0 - \alpha_1)$ に行使しながら、利子率誘導政策 $(r_0 + q_1)$ を充足するように $\dot{B}/pK (= \dots)$ の大きさを設定するならば、そのとき資本1単位当たりの実質貨幣残高のフロー供給が自動的に決定されることになる。この資本1単位当たりの実質貨幣残高のフロー供給は、以下の関係式によって指定化される。

$$\mu v = (\dot{H}/H)(\dot{H}/pK) = (\dot{H}^{tr} + \dot{H}^{omo})/pK = (\dot{H}^{tr} - \dot{B}^{omo})/pK \\ = [(\dot{H}^{tr}/(H+B))((H+B)/pK)] - [(\dot{B}^{omo}/B)(\dot{B}/pK)]$$

$$(55) \quad \mu v = \alpha(v + \dots) -$$

この場合、変数の定義は以下のとおり。

$$(56) \quad \dot{H}^{tr}/(H+B) = \alpha$$

$$(57) \quad \dot{B}^{omo}/B =$$

$$(58) \quad \dot{B}/pK =$$

$$(59) \quad \dot{H}/pK = v$$

$$(60) \quad \mu = \dot{H}/H = (\dot{H}^{tr} + \dot{H}^{omo})/H$$

$$(61) \quad \dot{H}^{omo} = -\dot{B}^{omo}$$

$$(62) \quad \dot{A}/A = (\dot{H}^{tr} + \dot{H}^{omo} + \dot{B}^{omo})/(H+B)$$

この場合、記号の意味は以下のとおり。 H = 外部貨幣、 B = 政府証券、 \dot{B}^{omo} = 公開市場操作を対象とする政府証券の変化分、 \dot{H}^{omo} = 公開市場操作にもとづく外部貨幣の変化分、 \dot{H}^{tr} = 移転支払いに振り向けられる外部貨幣の変化分、 μ = 外部貨幣の成長率、 $r_0 + q_1$ = 資本1単位当たりの実質証券、 v = 資本1単位当たりの外部貨幣残高。

順次、各式の意味は以下のとおり。(56)式は移転支払いに振り向けられる外部貨幣の変化分の資

産 ($H + B$) に対する比率を示す式である。⑤7式は公開市場操作を経由する政府証券の増加率を示す。⑤8式は資本 1 単位当たりの実質証券の定義式を示す。⑤9式は、資本 1 単位当たりの実質外部貨幣残高の定義式である。⑥0式は利子の付かない外部貨幣の成長率を示す式である。⑥1式は、貨幣当局が買いオペを実施したときに造出される外部貨幣の変化分と相手方が手離す政府証券の変化分とが均等することを示す式である。

⑥2式は、資産の成長率を示す式である。資産は外部貨幣と政府証券との和に等しい。

⑤5式を算出するに際して、留意すべきことは、外部貨幣の変化額 \dot{H} と資本 1 単位当たりの実質証券の変化額 \dot{B}/pK との取り扱いである。これらは、以下のように定義されている。

$$(63) \quad \dot{H} = \dot{H}^r + \dot{H}^{omo}$$

$$(64) \quad \dot{B}/pK = \dot{B}^{omo}/pK = (\dot{B}^{omo}/B) \chi B/pK$$

3 IS・FM曲線

(5)式に、(4)式、(3a)式、(8)式を代入すると、以下の関係式が求められる。

$$(65) \quad \frac{d}{dt} = n + r(x) + j(\quad) - p - S(x, v + \quad)$$

上式を $\frac{d}{dt}$ で微分すると、以下の関係式が求められる。

$$(66) \quad \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} = -(1/\quad) + j(\quad)$$

⑥6式はIS曲線である。上式から、IS曲線は右下がりとなる。

順次、⑤4式に(6a)式、⑤5式、(8)式、(13)式を代入すると、以下の関係式が求められる。

$$(67) \quad \frac{d}{dt} = (\alpha_0 - \alpha_1 \chi v + \quad) - \quad + h \chi v - [\quad (x) + \quad / \quad , \quad (x) + j(\quad), \quad v + \quad]$$

上式を $\frac{d}{dt}$ で微分すると、以下の関係式が求められる。

$$(68) \quad \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} = -(1/L_3) [(1/h) + L_1] - (\alpha_1/h L_3 \chi v + \quad) - j L_2/L_3$$

⑥7式はFM曲線を示す。⑥8より、FM曲線は右上がりである。

⑥5式と⑥7式により、物価水準と名目利子率は、長期的タームの問題の架け橋として、以下のよう表明される。

$$(69) \quad = (x, v, \quad, \quad)$$

$$(70) \quad = (x, v, \quad, \quad)$$

4 政府証券のフロー供給が名目利子率に対して及ぼす効果

順次、政府証券のフロー供給 \dot{B}^{omo}/pK の増加が χ に対して及ぼす効果を吟味してみよう。⑥5式を $\dot{B}/pK (= \quad)$ で微分すると、以下の関係式が求められる。

$$(71) \quad [1/ \quad - j'] \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} + \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} = 0$$

順次、⑥7を $\frac{d}{dt}$ で微分すると、以下の関係式が求められる。

$$(72) \quad [1/ \quad h + (\alpha_1/h) \chi v + \quad) + L_1/ \quad + L_2 j'] \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} + (L_3) \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} = -(1/h)$$

(72)式と(71)式は、以下のように書き改められる。

$$(73) \quad T \cdot \begin{bmatrix} d\pi/d\varepsilon\phi \\ d\rho/d\varepsilon\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -(\frac{1}{h}) \end{bmatrix}$$

ここで、 T 、すなわち、与えられた係数の行列は、以下ようになる。

$$(74) \quad T = \begin{bmatrix} 1/\beta & -j' & 1 \\ 1/\beta h + (\alpha/h)(v + \phi) + L_1/\beta + L_2j' & L_3 \end{bmatrix}$$

行列 T の行列式を展開すると、以下ようになる。

$$(75) \quad |T| = 1 / (L_3 - 1/h - L_1) - j'(L_3 + L_2) - (\frac{1}{h}) \{ \alpha_1(v + \phi) \}$$

順次、(74)式において、行列 T の第2列のベクトルを $[0, -1/h]$ で置き換えて得られた行列を T_2 とする。

$$(76) \quad T_2 = \begin{bmatrix} 1/\beta & -j' & 0 \\ 1/\beta h + (\alpha/h)(v + \phi) + L_1/\beta + L_2j' & -\frac{1}{h} \end{bmatrix}$$

上式の行列 T_2 の行列式を展開すると、以下ようになる。

$$(77) \quad |T_2| = (j' - 1/h) \{ \alpha_1(v + \phi) \}$$

この結果、クラメルの公式により、以下の関係式が求められる。

$$(78) \quad \frac{d}{d\varepsilon\phi} = \frac{j' - \frac{1}{h}}{\{ \alpha_1(v + \phi) \} [(L_3 - \frac{1}{h} - L_1) - j'(L_3 + L_2)] - \alpha_1(v + \phi)}$$

上式において、分母も分子も先験的に決定することができない。このことから、 $d/d\varepsilon\phi$ の符号は、不明なものになる。しかし、仮に資産の成長率誘導政策の調整係数 α_1 が十分に大きいものであるならば、(78)の分母は負となる。この場合、 $d/d\varepsilon\phi$ の符号は、分子の符号に依存する。

ところで、(74)式において、行列の第1列のベクトルを $[0, -1/h]$ で置き換えて得られた行列を T_1 とする。

$$(79) \quad T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1/h & L_3 \end{bmatrix}$$

上式の行列 T_1 の行列式を展開すると、以下ようになる。

$$(80) \quad |T_1| = 1/h$$

この結果、クラメルの公式により、以下の関係式が求められる。

$$(81) \quad \frac{d}{d\varepsilon\phi} = \{ \alpha_1 [(L_3 - 1/h - L_1) - j'(L_3 + L_2)] - \alpha_1(v + \phi) \}$$

上式において、貨幣当局が A の成長率誘導政策を強力に実施すならば、 α_1 は大きくきくなり、これにより、分母は負となる。かくして、 $d/d\varepsilon\phi$ の符号は負となる。

ところで、(78)式を書き改めると、以下の関係式が求められる。

$$(82) \quad \frac{d}{d\varepsilon\phi} = \frac{-\frac{1}{h}}{X} + j'(Y)$$

$$(83) X = h[1 / (L_3 - 1/h - L_1) - j(L_3 + L_2)] - \alpha_1(v + \dots)$$

上式において、貨幣当局が資産の成長率誘導政策を強力におこなうならば、 X は負となる。(82)式の第1項目の分母は負となる。(82)式の符号は、2つの項目に分割された符号に依存する。

まず、ひとつは $j(\dots)$ の項目である。これは、実質証券の変化分 (\dots) が誘発することにより、惹起する期待物価上昇率の変化を示す。仮に、期待物価上昇率が現実物価上昇率の変化に対して極めて緩やかに反応するならば、 j の項目はほぼゼロとなる。

他のひとつは $(1 - 1/h)X$ の項目である。貨幣当局が資産の成長率誘導政策を強力に推進するならば、分母の符号は負となる。分子は負である。かくして $(1 - 1/h)X$ の符号は正となる。つまり、資本1単位当たりの証券のフロー供給の増加 (\dot{B}/pK) が名目利子率を騰貴させることになる。

貨幣供給の成長率の誘導政策

1 修正されたスタイン＝ナカタニ・モデル

当面の主題を吟味するためのモデルを、以下のように構成する。

$$(1) y = f(x)$$

$$(2) R = r(x)$$

$$(3b) S/K = S(x, v)$$

$$(4) I/K = n + r(x) + \dots$$

$$(5) \dots = [I/K - S/K]$$

$$(6b) L = h[f(x) + \dots / r(x) + \dots, v]$$

$$(5a) \dots = \mu v + h[v - L]$$

$$(8) \dots = f(\dots)$$

$$(9) \dot{K}/K = aI/K + (1 - a)S/K$$

$$(10) \dot{x}/x = n - \dot{K}/K$$

$$(11) \dot{v}/v = \mu - \dots - \dot{K}/K$$

$$(8a) \mu = \mu_0 - q_2$$

(11)式は、資本1単位当たりの実質貨幣残高 (M/pK) の成長率を示す式である。 $v = M/pK$ 。 $\dots = (M^s/p + B/p)(M^s/p)$ 。B = 利子付き証券。

(5a)式は、修正されたワルラス法則を示す式である。

(8a)式は、貨幣供給の成長率に関する誘導政策を示す式である。 $\mu = \dot{M}/M$ 。 μ = 貨幣供給の成長率。 q_2 = 調整係数、 μ_0 = 貨幣供給の目標成長率。

2 IS・FMモデル

(5)式に、(3b)式、(4)式、(8)式を代入すると、以下の式が求められる。

$$(85) \dots / \dots = n + r(x) + f(\dots) - \dots - S(x, v)$$

$$(86) d \dots / d \dots = -1 / \dots + j(\dots)$$

(85)式はIS曲線を示す式である。(86)式より、IS曲線は右下がりの曲線となる。

(5a)式に、(6b)式、(8)式、(8a)式を代入すると、以下の関係式が求められる。

$$(87) \quad \frac{d\bar{v}}{dv} = (\mu_0 - q_2) \bar{v} + h \left[v - \frac{1}{L_3} \left(L_1 + \frac{1}{h} \right) - q_2 v / h L_3 - j \left(\frac{L_2}{L_3} \right) \right]$$

$$(88) \quad \frac{d\bar{v}}{dv} = - \left(\frac{1}{L_3} \left(L_1 + \frac{1}{h} \right) - q_2 v / h L_3 - j \left(\frac{L_2}{L_3} \right) \right)$$

(87)はFM曲線を示す。(88)式より、FM曲線は右上がりとなる。

順次、(85)式と(87)式より、以下の関係式が求められる。

$$(89) \quad \frac{d\bar{\pi}}{dv} = (\mu_0 - q_2) \bar{\pi} + h \left[\bar{v} - \frac{1}{L_3} \left(L_1 + \frac{1}{h} \right) - q_2 \bar{v} / h L_3 - j \left(\frac{L_2}{L_3} \right) \right]$$

$$(90) \quad \frac{d\bar{\pi}}{dv} = (\mu_0 - q_2) \bar{\pi} + h \left[\bar{v} - \frac{1}{L_3} \left(L_1 + \frac{1}{h} \right) - q_2 \bar{v} / h L_3 - j \left(\frac{L_2}{L_3} \right) \right]$$

引き続き、(85)式と(87)式をvで微分し、整理すると、以下の関係式が求められる。

$$(91) \quad \left\{ \frac{1}{L_3} \left(L_1 + \frac{1}{h} \right) - j \left(\frac{L_2}{L_3} \right) \right\} \frac{d\bar{v}}{dv} + \frac{d\bar{v}}{dv} = -S_2$$

$$(92) \quad \left\{ \frac{1}{h} + q_2 v / h + L_1 / \beta + L_2 j \left(\frac{L_2}{L_3} \right) \right\} \frac{d\bar{v}}{dv} + \left(L_3 \right) \frac{d\bar{v}}{dv} = \mu_0 / h - q_2 \left(\frac{L_2}{L_3} \right) / h + 1 - L_4$$

順次、上式をマトリックスの形態で、表現すれば、以下の関係式が求められる。

$$(93) \quad A^* \cdot \begin{bmatrix} \frac{d\bar{\pi}}{dv} \\ \frac{d\bar{v}}{dv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_2 \theta \\ \mu_0 / h - q_2 \pi / h + 1 - L_4 \theta \end{bmatrix}$$

ここで、 A^* 、すなわち、与えられた係数の行列は、以下のように与えられる。

$$(94) \quad A^* = \begin{bmatrix} 1/\beta & -j' & 1 \\ 1/\beta h + q_2 v / h + L_1 / \beta + L_2 j' & L_3 \end{bmatrix}$$

この行列 A^* の行列式を展開すると、以下のようになる。

$$(95) \quad |A^*| = 1 / \left[L_3 - 1/h - L_1 \right] - j \left(L_3 + L_2 \right) - q_2 v / h$$

$$(96) \quad |A^*| = |A| - q_2 v / h$$

$$(97) \quad |A| = 1 / \left[L_3 - 1/h - L_1 \right] - j \left(L_3 + L_2 \right)$$

(97)式は、スタイン=ナガタニ・モデルで提示された行列Aの行列式である。元のスタイン=ナガタニ・モデルにおいては、 $|A|$ は正である。

順次、 $d\bar{v}/dv$ の効果を検討してみよう。そこで、行列 A^* の第1列のベクトルを $[-S_2 \theta, \mu_0 / h - q_2 \pi / h + 1 - L_4]$ で置き換えて得られる行列で A^*_1 とする。このとき、この行列 A^*_1 の行列は、以下のようになる。

$$(98) \quad A^*_1 = \begin{bmatrix} -S_2 \theta & 1 \\ \mu_0 / h - q_2 \pi / h + 1 - L_4 \theta & L_3 \end{bmatrix}$$

この結果、上式の行列式は、以下の関係式で示される。

$$(99) \quad |A^*_1| = L_3 \left(-S_2 \theta \right) - \left(1 - L_4 \right) - \mu / h$$

かくして、クラメル公式により、以下の式が求められる。

$$(100) \quad \frac{d\bar{v}}{dv} = \frac{h \left\{ L_3 \left(-S_2 \theta \right) - \left(1 - L_4 \right) \right\} - \mu}{h |A| - q_2 v}$$

スタイン=ナガタニ・モデルの不安定性が惹起するのは、 $|A|$ が正である場合である。なぜならば、スタイン=ナガタニ・モデルによれば、 $|A|$ がプラスであるという条件は、以下

の式によって、 \dot{v} が負であることを意味するからである。

$$(101) \quad \dot{v} = \{L_3(-S_2) - (1 - L_4)\}Y | A |$$

上式において、(101)式の分母は正であり、(101)の分子はマイナスである。しかしながら、修正されたスタイン＝ナガタニ・モデルの世界では、(100)式に見られるように、貨幣供給の成長率の調整係数 q_2 の数値が大きく選択されると、もとのスタイン＝ナガタニ・モデルにおいてプラスであった $|A|$ を貨幣供給の成長率の誘導政策による項目 $(-q_2v)$ が凌駕することになる。かくして、(100)式の分母が全体として、マイナスになる。

(100)式の分子についても、 μ が正であるかぎり、分子の符号はマイナスとなる。要するに、貨幣当局が貨幣供給の成長率の誘導政策の式において、調整係数 q_2 を十分に大きな数値を選択することによって、 \dot{v} はプラスとなる。

3 貨幣供給の成長率の誘導政策と体系の安定性の吟味

(10)式に、(3b)式、(9)式、(89)式を代入すると、以下の式が求められる。

$$(102) \quad \dot{x}/x = n - (a/\dots) (x, v; \mu_0, q_2) - \bar{F}(x, v) = \bar{F}(x, v; \mu_0, q_2)$$

また、(11)式に、(3b)式、(9)式、(89)式を代入すると、以下の関係式が求められる。

$$(103) \quad \dot{v}/v = \mu_0 - (1 + q_2 + a/\dots) (x, v; \mu_0, q_2) - \bar{H}(x, v) = \bar{H}(x, v; \mu_0, q_2)$$

いま、非線形体系を以下のように与えることにしよう。

$$\dot{x} = x\bar{F}(x, v)$$

$$\dot{v} = v\bar{H}(x, v)$$

ここでは、 $\bar{F}(\cdot)$ 、 $\bar{H}(\cdot)$ は、連続的に微分可能である。また、 $x_1 = x - x^*$ は、 x とその x の均衡値から偏差として定義される。 $x_2 = v - v^*$ は v とその v の均衡値から偏差として定義される。上述の非線形体系を x^* 、 v^* を中心として、テイラー展開し、2次以上の項目を無視すれば、以下の関係式が求められる。

$$(104) \quad \dot{x}_1 = x\bar{F}_1x_1 + x\bar{F}_2x_2$$

$$(105) \quad \dot{x}_2 = v\bar{H}_1x_1 + v\bar{H}_2x_2$$

順次、上式を以下のように書き改める。

$$(106) \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\bar{F}_1 & x\bar{F}_2 \\ v\bar{H}_1 & v\bar{H}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$(107) \quad J^* = \begin{bmatrix} x\bar{F}_1 & x\bar{F}_2 \\ v\bar{H}_1 & v\bar{H}_2 \end{bmatrix}$$

この場合、 \bar{F}_1 、 \bar{F}_2 は(102)式を恒常成長状態の近傍で x 、 v に関して微分することによって求められた偏微係数である。

$$(108) \quad \bar{F}_1 = -(a/\dots)_x - S_x$$

$$(109) \quad \bar{F}_2 = -(a/\dots)_v - S_2$$

\bar{H}_1 、 \bar{H}_2 は、(103)式を恒常成長状態の近傍で、 x 、 v に関して微分することによって求められた偏微係数である。

$$(110) \quad \bar{H}_1 = -(1 + q_2 + a/\gamma) x - S_x$$

$$(111) \quad \bar{H}_2 = -(1 + q_2 + a/\gamma) v - S_2$$

この体系の特性方程式は、以下の関係式によって与えられる。

$$(112) \quad |J^* - \lambda I| = \begin{vmatrix} x\bar{F}_1 & x\bar{F}_2 \\ v\bar{H}_1 & v\bar{H}_2 \end{vmatrix} - \lambda \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(113) \quad \lambda^2 - (x\bar{F}_1 + v\bar{H}_2)\lambda + xv(\bar{F}_1\bar{H}_2 - \bar{F}_2\bar{H}_1) = 0$$

(104)式と(105)式で構成される体系の一般解は、以下のとおり。

$$x_1 = c_1 \gamma_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \gamma_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$x_2 = c_1 \gamma_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \gamma_2 e^{\lambda_2 t}$$

ただし、 $x_1 = x - x^*$ 、 $x_2 = v - v^*$ とする。

特性根 λ_1, λ_2 は、以下の関係式によって与えられる。

$$\lambda_{1,2} = 1/2 \{ (x\bar{F}_1 + v\bar{H}_2) \pm \sqrt{(x\bar{F}_1 + v\bar{H}_2)^2 - 4(\bar{F}_1\bar{H}_2 - \bar{F}_2\bar{H}_1) xv} \}$$

体系が漸近安定となるためには、以下の条件が充足されなければならない。

$$(114) \quad \text{trace } J^* = \lambda_1 + \lambda_2 = x\bar{F}_1 + v\bar{H}_2 < 0$$

$$(115) \quad \det J^* = |J^*| = \lambda_1 \lambda_2 = xv(\bar{F}_1\bar{H}_2 - \bar{F}_2\bar{H}_1) > 0$$

(114)式において、貨幣供給の成長率の誘導政策に関する調整係数 q_2 が大きい数値を選択されるならば、trace J^* は充足されることになることを保証する。この式は、以下の関係式で示される。

$$(116) \quad \text{trace } J^* = -\{(a/\gamma) x + S_x\} x + \{-(1 + q_2 + a/\gamma) v - S_2\} v$$

上式において、 $S_x > 0$ 、 $x > 0$ 、 $-S_2 > 0$ 。この式の右辺の第1項目は負である。第2項目は、 $(-S_2)$ の項目が正であり、 $-(1 + q_2 + a/\gamma) v$ の項目が負であるから、不決定となる。しかし、調整係数 q_2 が十分に大きければ、trace J^* は満たされることになる。

さらに、(115)式に、(108)式、(109)式、(110)式、(111)式を代入すると、以下の関係式が求められる。

$$(117) \quad |J^*| = xv(1 + q_2) \{ \gamma v S_x - x S_2 \}$$

上式において、 $S_x > 0$ 、 $v > 0$ 、 $-S_2 > 0$ 、 $x > 0$ となる。かくして、 $|J^*|$ は正となる。調整係数 q_2 の大きな値が不等式を充足することを保証する。要するに、貨幣供給の成長率の誘導政策の調整係数 q_2 の大きさは、体系の安定性に重大な影響を及ぼすことになる。この結果、スタイン=ナガタニ・モデルにおいて得られた帰結とは異なる帰結が求められることになる。

スタイン=ナガタニは、論文「成長経済における安定化政策」において、以下のように叙述している。「実質貨幣残高効果が小さいとき、 v は負である。負の v は体系が不安定であることを意味する。特性根の積は負となる。この不安定性は、貨幣供給の成長率の誘導政策式($\mu = \mu_0 - q_2$)とは無関係である。この不安定性は体系の構造から発生するものである。ここで留意すべきことは、 $q_2 > 0$ の大きさが特性根の積の符号に影響を及ぼすことが出来ないという点についての確認である。」

スタイン=ナガタニ・モデルにおける v は、以下の関係式によって与えられる。

$$(118) \quad v = \{L_3(-S_2) - (1 - L_4)\} / \{L_3 - 1/h - L_1 - j(L_3 + L_2)\}$$

スタイン＝ナガタニ・モデルにおいては、貨幣供給の成長率による誘導政策は、負の v から生まれる不安定な体系を安定化させることができない。なぜならば、(118)式の分母の中には、または(97)式には調整係数 q_2 が含まれていないからである。

しかしながら、修正されたスタイン＝ナガタニ・モデルにおいては、(100)式で見られるように、 v の符号を決定する式の右辺の分母には、 $h |A| - q_2 v$ の形で、調整係数 q_2 が含まれている。この調整係数 q_2 の値が大きく選択されるならば、(100)式の分母は負となる。(100)式の分子は負であるので、 v は正となる。 v の正は $\det J^* = |J^*|$ が正になることを保証する。

結びに代えて

これまでの「成長経済における安定化政策」と題する論文から、引き出される帰結は、以下のとおりである。

(1)公開市場操作を大前提として、資本1単位当たり証券の増加の名目利子率に対して及ぼす効果 $\{d/d(\quad)\}$ は、不決定となる。なぜならば、分母の項目も、分子の項目も、アプリアリーに指定することができないからである。しかし、仮に貨幣当局が α_1 を十分に大きく選択するならば、分母の符号は、負になる。この場合、 $d/d(\quad)$ は、期待物価上昇率が現実物価上昇率に対してどのように反応するか依存している。

(2)仮に期待物価上昇率が現実物価上昇率に対してかなり、緩やかに (sluggishly) に反応するならば、すなわち、 j が近似値的にゼロであれば、 $d/d(\quad)$ は騰貴することになる。

(3)スタイン＝ナガタニ・モデルの定式化においては、望ましい名目利子率を確立するために必要とされる資本一単位当たりの証券の増加額 (\quad) は、明示的に、財貨のフロー超過需要方程式に組み込まれることもなく、あるいは、実質貨幣残高のフロー超過供給の方程式にも関与することもないのである。

(4)しかし、修正されたワルラス法則のもとでは、利子率誘導政策を充足するために、 (\quad) の値を選択したときに惹起する効果は、実質貨幣残高のフロー超過供給方程式に旨く、反映されることになる。

(5)修正されたワルラス法則のもとでは、 $|J^*| = xv(1 + q_2)(vS_1 - xS_2)$ は、プラスとなる。これは、体系が安定的であることを意味する。

参考文献

- [1] 山崎研治「金融論」東洋経済新報社、昭和58年。
- [2] Mátyás Antal, "History of Modern Non-Marxian Economics", Publishers Akadémiai Kiadó, Budapest / Hungary. 1980. (関恒義, 「ウィクセルの価格変動論」, 「近代経済学の歴史(上)」, 大月書店, 1984)
- [3] E.R.Canterbery, "The Making of Economics", Wadsworth Publishing Company, 1980, (上原一雄 訳, 「経済学・人・時代・思想」, 日本経済新聞社, 昭和60年。)
- [4] 小村衆統, 「貨幣とインフレーション」春秋社, 1981.
- [5] 望月昭一, 「貨幣的経済学」, 成文堂, 1989.
- [6] R. J. Mackay, "Monetary Growth Models: Studies in Equilibrium and Disequilibrium Dynamics",

- AXEROX Company , Ann Arbor Michigan , 1972 .
- [7] J . L . Stein and K . Nagatani , " Stabilization Policies in a Growing Economy " , The Review of Economic Studies , Vol . 36 , April , 1969.
- [8] J . L . Stein , " Neoclassical and Keynes - Wicksell Monetary Growth Models " , Journal of Money , Credit and Banking , Vol . I , April , 1969 .
- [9] J . J . Sijben , " Money and Economic Growth " , Martinus Nijhoff Social Sciences Division Leiden 1977 .
- [10] J . J . Sijben , " Rational expectations and monetary policy " . Sijthoff & Noordhoff,1980 .
- [11] B . Morgan , " Monetarists and Keynesians " , The Macmillan Press LTD , 1978 .
- [12] K . Wicksell , " Interest and Prices " , Augustus M.Kelley , Bookseller , 1965 .
- [13] J . Marchal and J . Lecaillon , "Théorie des Flux Monétaires" , Editions Cujas , Paris , 1967 (菱山泉訳 , 「クヌート・ヴィクセルの新しい接近法」, 「貨幣的分析の基礎」, ミネルヴァ書房, 昭和53年。)
- [14] 千田純一, 「利子論」, 東洋経済新報社, 昭和57年。
- [15] . Fisher , " The Theory of Interest " , Augustus M.Kelley , Publisher, 1970 .
- [16] . Fisher , " The Theory of Interest " , Macmillan , 1930 . (気賀勸重 , 気賀健三訳 , 「利子論」, 日本経済評論社 , 2005)
- [17] V.Chick, " The Theory of Monetary Policy " ,Basil Blackwell • Oxford, 1979.
- [18] W.Kaplan,"Ordinary Differential Equations",Massachusetts, : Addison Wesley Publishing Company, 1955.